

Resumé Arithmétique dans IN .www.0et1.com

A. Comment démontrer qu'un entier est multiple d'un autre entier ?

Pour démontrer qu'un entier a est multiple d'un entier b , il suffit de trouver un entier q tel que : $a = b \times q$

B. Critères de divisibilité par 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 9

- Si le chiffre des unités est pair, alors le nombre est divisible par 2 .
- Si la somme des chiffres des unités est divisible par 3, alors le nombre est divisible par 3 .
- Si le nombre formé par le chiffre des unités et des dizaines est divisible par 4, alors le nombre est divisible par 4 .
- Si le chiffre des unités est 0 ou 5, alors le nombre est divisible par 5 .
- Si la somme des chiffres des unités est divisible par 9, alors le nombre est divisible par 9

C. Comment savoir si un nombre est premier ?

Pour savoir si un nombre a est premier ou non , on doit suivre les étapes suivantes :

- On détermine tous les nombres premiers p vérifiant $p^2 \leq a$
- Si a est divisible par l'un de ces nombres premiers, alors il n'est pas premier Si a n'est pas divisible par ces nombres premiers, alors il est premier

D. Calcul du PGDC et du PPMC en utilisant les décompositions:

Cherchons le PGDC et le PPMC des nombres 1764 et 120 , par décomposition en facteurs premiers

On a $1960 = 2^3 \times 5 \times 7^2$ et $1232 = 2^4 \times 7 \times 11$

Les nombres premiers commun dans les deux décompositions sont : 2,5,7 et 11

Le PGDC des nombres 1960 et 1232 est le produit des facteurs premiers communs élevée à la puissance la plus petite.

D'où : $1960 \wedge 1232 = 2^3 \times 7 = 56$

Le PPMC des nombres 1960 et 1232 est le produit de tous les facteurs premiers contenus dans les deux décompositions élevée à la puissance la plus grande. D'où : $1960 \vee 1232 = 2^4 \times 5 \times 7^2 \times 11 = 43120$

En général

- Le PGDC de deux nombres entiers est le produit des facteurs premiers communs contenus dans les décompositions de ces deux nombres, élevés à la puissance la plus petite.
- Le PPMC de deux nombres entiers est le produit de tous les facteurs premiers contenus dans les décompositions de ces deux nombres, élevés à la puissance la plus grande.

E. Algorithme d'Euclide pour déterminer le PGCD

Pour déterminer le PGCD de deux nombres a et b tels que $a > b$. On suit les étapes suivantes :

- On divise le nombre a par le nombre b , on trouve : $a = b \times q_1 + r_1$ avec $0 \leq r_1 < b$.
- On divise le nombre b par le nombre r_1 , on trouve : $b = r_1 \times q_2 + r_2$ avec $0 \leq r_2 < r_1$.
- On divise le nombre r_1 par le nombre r_2 , on trouve : $r_1 = r_2 \times q_3 + r_3$ avec $0 \leq r_3 < r_2$.
-
- Et ainsi de suite jusqu'à trouver un reste nul, alors le PGCD des deux nombres a et b est ce dernier reste non nul.