الهندسة الفضائية

تمرين (1) :

في الفضاء المنسوب إلى م م م م $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط

D (0,0,-3) , C (0,3,0) , B (-3,2,3) , A (2,2,-2) ولتكن (S) مجموعة النقط **M** من الفضاء التي تحقق

$$MA^2+MB^2=\frac{55}{2}$$

1-أ- اعط معادلة ديكارتية للمجموعة (S)

ب- استنتج أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega\left(-\frac{1}{2},2,\frac{1}{2}\right)$ و شعاعها $\frac{\sqrt{5}}{2}$

2- أ- احسب الجذاء ألمتجهي $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CD}$

ب- استنتج أن $x-2y+2z+6=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من النقط **A** و **C** و **D**

3

- ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل البار متري $\begin{cases}x=2-2t\\ y=2 & ,t\in\mathbb{R}\\ z=-2+t\end{cases}$

أ- بين أن $(\Delta)\subset(P)$

ب- بين أن (Δ) مماس للفلكة **(S)**

تمرين (2) :

في الفضاء المنسوب إلى م م م م $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطة $\Omega(-1,0,2)$ والمستوى **(P)** ذا المعادلة :

$$2x-y+2z-11=0$$

1/ تحقق أن $\Omega\notin(P)$

2/ اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم Δ المار من Ω والعمودي على **(P)**

3/ تحقق أن النقطة **A(1,-1,4)** هي نقطة تقاطع المستوى **(P)** والمستقيم Δ

4/ اعط معادلة ديكارتية للفلكة **(S)** التي مركزها Ω وتقطع المستوى **(P)** وفق الدائرة التي مركزها **A** وشعاعها $\sqrt{7}$.

تمرين 3

في الفضاء ξ المنسوب إلى م م م م $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(1,0,0)$ و $B(0,2,1)$ و $C(1,2,1)$.

(1 أحسب الجداء المتجهي $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ واستنتج معادلة المستوى (ABC).

(2 لتكن (S) فلكة حيث تقاطعها مع المستوى (ABC) هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

a. بين أن : $O\in(S)$

b. حدد معادلة الفلكة (S) علما أن : $H(0,0,3)\in(S)$

(3 ليكن (P) المستوى المماس للفلكة (S) في H ، حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P).

(4 أحسب المسافة $d\left(H,(AB)\right)$.

تمرين -4-

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(0,1,0)$ و $B(0,0,4)$ و $G\left(0,\frac{3}{4},1\right)$.

(1 **a**- بين أن : $x^2+y^2+z^2-8z+\frac{256}{25}=0$ معادلة ديكارتية لفلكة (S) محددا مركزها وشعاعها.

b- احسب مسافة النقطة B عن المستقيم (OG).

c- استنتج الوضع النسبي للمستقيم (OG) والفلكة (S).

2) a- تحقق أن G هو مرجح النظمة $\{(A,3),(B,1)\}$.

b- بين متجهيا أنه لكل نقطة M من الفضاء : $3\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{MO}\wedge\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MG}\wedge\overrightarrow{GO}$

c- استنتج هندسيا مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $3\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MO}=\overrightarrow{MO}\wedge\overrightarrow{MB}$

تمرين -5-

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $\Omega(-1,0,2)$ والمستوى (P) ذا المعادلة :

$2x-y+2z-11=0$

1- تحقق ان النقطة Ω لاتنتمي للمستوى (P) .

2- اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (P).

3- تحقق أن النقطة $A(1,-1,4)$ هي نقطة تقاطع المستوى (P) والمستقيم (Δ).

4- أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω وتقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها A وشعاعها $\sqrt{7}$.

تمرين -6-

نعتبر في الفضاء (ξ) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1,1,-1)$ و $B(-1,0,0)$ و $C(0,0,-1)$.

1) أ- حدد $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

ب- بين أن : $x-y+z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P) المحدد بالنقط A و B و C .

2) بين أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q) الذي معادلته $x-y+z-1=0$.

3) أ- احسب مسافة النقطة A عن المستوى (Q).

ب- بين أن الفلكة (S) ذات الشعاع r والمركز $\Omega(a,b,c)$ تكون مماسة للمستويين (P) و (Q) إذا وفقط إذا كان

$r=\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $b=a+c$

تمرين -7-

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2,2,-2)$ و $B(-3,2,3)$ و $C(0,3,0)$ و $D(0,0,-3)$، ولتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2+MB^2=\frac{55}{2}$

1) a- اعط معادلة ديكارتية للمجموعة (S).

b- استنتج أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega\left(-\frac{1}{2},2;\frac{1}{2}\right)$ وشعاعها $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

2) a- احسب الجداء المتجهي $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CD}$

b- استنتج أن : $x-2y+2z+6=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من النقط A و B و C و D.

c- ادرس الوضع النسبي للمستوى (P) والفلكة (S).

3) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل البارامتري : $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases} \quad ; t \in \mathbb{R}$

a- بين أن $(\Delta) \subset (\mathrm{P})$.

b- بين أن (Δ) مماس للفلكة (S) .

تمرين -8-

الفضاء (ℓ) منسوب إلى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر في (ℓ) النقط $A(-2,-1,-3)$ و $B(-3,0,-2)$ و $C(-4,2,1)$.

-1 بين أن $(1,2,-1)$ هو مثلوث إحداثيات الجداء المتجهي $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

-2 حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

-3 نعتبر الفلكة (S) التي إحدى معادلاتها الديكارتية هي : $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z+3=0$

ليكن r شعاع الفلكة (S) ولتكن النقطة Ω مركزها

أ- حدد r ومثلوث إحداثيات النقطة Ω.

ب- تحقق من أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S).(نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (ABC) غير مطلوب تحديدها).

تمرين -9-

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,0,-3)$ و $B(0,1,-4)$ و $C(1,1,-7)$.

1) اعط معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

2) نعتبر الدائرة (E) المعرفة ب : .... $\begin{cases} y=3 \\ x^2+z^2-2x-2z-7=0 \end{cases}$

3) أ- حدد مركز وشعاع الدائرة (E)

ب- اعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي تضم الدائرة (E) والتي مركزها ينتمي إلى المستوى (ABC) .

تمرين -10-

الفضاء ξ منسوب إلى م م م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن (S) هي مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-1=0$

1) بين أن (S) فلكة ثم حدد مركزها وشعاعها.

2) ليكن (H) المستوى ذو المعادلة $x-2y-z-2=0$ ، بين أن (H) و (S) متقاطعان.

3) ليكن (P) المستوى المماس ل (S) في النقطة A و (Q) المستوى المماس ل (S) في B .

a- تحقق أن النقطتان $A(0,-1+\sqrt{2},0)$ و $B(1+\sqrt{2},0,0)$ تنتميان إلى (S).

b- بين أن (P) و (Q) متقاطعان.

c- اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) تقاطع (P) و (Q).

d- بين أن : $\dfrac{\overrightarrow{OB}}{1+\sqrt{2}} \wedge \dfrac{\overrightarrow{OA}}{1-\sqrt{2}} = -\vec{k}$

واستنتج مساحة المثلث OAB.

تمرين -11-

في الفضاء ξ المنسوب إلى م م م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1,0,0)$ و $B(0,2,1)$ و $C(1,2,1)$.

5) أحسب الجداء المتجهي $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ واستنتج معادلة المستوى (ABC).

6) لتكن (S) فلكة حيث تقاطعها مع المستوى (ABC) هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

a. بين أن : $O\in(S)$

b. حدد معادلة الفلكة (S) علما أن : $H(0,0,3)\in(S)$

7) ليكن (P) المستوى المماس للفلكة (S) في H، حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P).

8) أحسب المسافة $d(H,(AB))$.

تمرين -12-

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(0,1,0)$ و $B(0,0,4)$ و $G\left(0,\frac{3}{4},1\right)$.

3) a- بين أن : $x^2+y^2+z^2-8z+\frac{256}{25}=0$ معادلة ديكارتية لفلكة (S) محددا مركزها وشعاعها.

b- احسب مسافة النقطة B عن المستقيم (OG).

c- استنتج الوضع النسبي للمستقيم (OG) والفلكة (S).

4) a- تحقق أن G هو مرجح النظمة $\{(A,3),(B,1)\}$.

b- بين متجهيا أنه لكل نقطة M من الفضاء : $3\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{MO}\wedge\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MG}\wedge\overrightarrow{GO}$

c- استنتج هندسيا مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $3\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MO}=\overrightarrow{MO}\wedge\overrightarrow{MB}$

تمرين 13

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $\Omega(-1,0,2)$ والمستوى (P) ذا المعادلة :

$$2x-y+2z-11=0$$

5- تحقق ان النقطة Ω لاتنتمي للمستوى (P).

6- اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (P).

7- تحقق أن النقطة $A(1,-1,4)$ هي نقطة تقاطع المستوى (P) والمستقيم (Δ).

8- أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω وتقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها A وشعاعها $\sqrt{7}$.

تمرين -14-

نعتبر في الفضاء (ξ) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1,1,-1)$ و $B(-1,0,0)$ و $C(0,0,-1)$.

4) أ- حدد $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

ب- بين أن : $x-y+z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P) المحدد بالنقط A و B و C.

5) بين أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q) الذي معادلته $x-y+z-1=0$.

6) أ- احسب مسافة النقطة A عن المستوى (Q).

ب- بين أن الفلكة (S) ذات الشعاع r والمركز $\Omega(a,b,c)$ تكون مماسة للمستويين (P) و (Q) إذا وفقط إذا كان $r=\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $b=a+c$

تمرين -15-

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2,2,-2)$ و $B(-3,2,3)$ و $C(0,3,0)$ و $D(0,0,-3)$، ولتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2+MB^2=\frac{55}{2}$

4) a- اعط معادلة ديكارتية للمجموعة (S).

b- استنتج أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega\left(-\frac{1}{2},2;\frac{1}{2}\right)$ وشعاعها $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

5) a- احسب الجداء المتجهي $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CD}$

b- استنتج أن : $x-2y+2z+6=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من النقط A و B و C و D.

c- ادرس الوضع النسبي للمستوى (P) والفلكة (S).

6) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل البارامتري : $\begin{cases}x=2-2t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}\quad ;\ t\in\mathbb{R}$

a- بين أن $(\Delta)\subset(P)$.

b- بين أن (Δ) مماس للفلكة (S) .

تمرين -16-

الفضاء (ℓ) منسوب إلى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر في (ℓ) النقط $A(-2,-1,-3)$ و $B(-3,0,-2)$ و $C(-4,2,1)$.

4- بين أن $(1,2,-1)$ هو مثلوث إحداثيات الجداء المتجهي $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

5- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

6- نعتبر الفلكة (S) التي إحدى معادلاتها الديكارتية هي : $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z+3=0$

ليكن r شعاع الفلكة (S) ولتكن النقطة Ω مركزها

أ- حدد r ومثلوث إحداثيات النقطة Ω.

ب- تحقق من أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S).(نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (ABC) غير مطلوب تحديدها).

تمرين -17-

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1- نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-3,2)$ وشعاعها 3، حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S).

2- نعتبر المستقيم (D) المعرف بارامتريا ب : $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-2t\\z=2+t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$

a- بين أن المستقيم (D) يقطع الفلكة (S) في نقطتين I و J يتم تحديد مثلوث إحداثياتهما. (حيث I النقطة التي أفصولها سالب).

b- تحقق من أن $[IJ]$ قطر الفلكة (S).

3- نعتبر المستوى (P) المحدد بالنقط $A(1,1,1)$ و $B(1,2,3)$ و $C(2,1,-1)$.

a- احسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P).

4- **a-** احسب المسافة $d(\Omega,(\mathrm{P}))$.

b- تحقق من أن المستوى (P) عمودي على المستقيم (D).

c- حدد نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S).

تمرين -18-

نعتبر في الفضاء (ξ) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(2,1,1)$ و $B(-2,1,-1)$ و $C(0,2,1)$.

لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من (ξ).

1- أ- احسب الجداء السلمي : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}$

ب- استنتج أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من (ξ) بحيث : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=-3$ هي الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega(0,1,0)$ وشعاعها $r=\sqrt{2}$.

2- أ- بين أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيميتين.

ب- بين أن : $x+2y-2z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) ثم استنتج تقاطع (S) و (ABC).

3- ليكن (Δ) المستقيم المار من $\Omega(0,1,0)$ والمعمودي على (ABC).

احسب مسافة النقطة O عن المستقيم (Δ).

تمرين -19-

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(3,-1,2)$ و $B(4,-1,-1)$ و $C(2,0,2)$.

1- أ- حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

ب- استنتج أن $3x+3y+z-8=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

2- ليكن (P) المستوى المعرف بالمعادلة $y+x-1=0$

بين أن $\begin{cases} x=t \\ y=-t+1 \\ z=5 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

3- أ- احسب المسافة بين النقطة O والمستقيم (Δ).

ب- استنتج معادلة ديكارتية للفلكة التي مركزها O والمماسة للمستقيم (Δ).

تمرين -20-

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر.

نعتبر المستوى (P) المار من $A(1,1,0)$ والموجه بالمتجهتين $\vec{u}(-1,0,2)$ و $\vec{v}(0,1,1)$.

1- أ- احسب $\vec{u}\wedge\vec{v}$.

ب- تحقق من أن : $2x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P).

2- لتكن (S) الفلكة التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-4x-2z-4=0$
أ- حدد مركز وشعاع الفلكة (S).
ب- حدد تقاطع المستوى (P) والفلكة (S).

تمرين -21-

نعتبر في الفضاء (ξ) المنسوب إلى م م م م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوى $(\mathrm{P}):3x-y+z-2=0$

1- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة $A(4,0,2)$ والعمودي على (P).
ب- حدد إحداثيات نقطة تقاطع (D) و (P).

2- ليكن (Q) المستوى الذي معادلته $x+y+z-2=0$
أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q).
ب- تحقق أن النقطة $B(0,0,2)$ تنتمي إلى (Δ) ثم أحسب مسافة النقطة A عن المستقيم (Δ).

3- لتكن (S) الفلكة التي معادلتها $x^2+y^2+z^2+-2x+2y-2z+2=0$
أ- حدد R شعاع الفلكة (S) و Ω مركزها.
ب- حدد r و ω على التوالي مركز وشعاع الدائرة (ℓ) تقاطع الفلكة (S) والمستوى (Q).

تمرين -22-

الفضاء ξ منسوب إلى م م م م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر في ξ الفلكة (S) التي مركزها $W\left(\frac{3}{2},-1,\frac{3}{2}\right)$ وشعاعها $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1- حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S).

2- ليكن (T) المستقيم المار من النقطة $B(1,1,3)$ والموجه بالمتجهة $\vec{u}(-1,2,1)$.
بين أن المستقيم (T) مماس للفلكة (S) عند نقطة A محددا مثلوث إحداثياتها.

3- نعتبر النقطة $A'(1,-1,1)$
أ- تحقق أن $[AA']$ قطر للفلكة (S).
ب- حدد مثلوث إحداثيات الجداء المتجهي : $\overrightarrow{WA'}\wedge\vec{u}$ (نضع : $\overrightarrow{u'}=\overrightarrow{WA'}\wedge\vec{u}$).
ج- ليكن (T') المستقيم المار من A' والموجه بالمتجهة $\overrightarrow{u'}$.
علل لماذا المستقيم (T') مماس للفلكة (S) عند النقطة A'.

4- نعتبر المستوى (P) المحدد بالمستقيم (T) والنقطة (A').
حدد تقاطع المستوى (P) والفلكة (S).

تمرين -23-

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1,0,-3)$ و $B(0,1,-4)$ و $C(1,1,-7)$.

1- أعط معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

2- نعتبر الدائرة (E) المعرفة بما يلي : $\begin{cases} y=3 \\ x^2+z^2-2x-2z-7=0 \end{cases}$

أ- حدد مركز وشعاع الدائرة (E).

ب- اعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي تضم الدائرة (E) والتي مركزها ينتمي إلى المستوى (ABC).

تمرين -24-

في الفضاء نعتبر الدائرة (ℓ) المعرفة ب $(\ell):\begin{cases} z=2 \\ (x-1)^2+(y+1)^2=4 \end{cases}$

1- حدد مركز وشعاع الدائرة (ℓ).

2- نعتبر النقط $A(1,1,2)$ و $B(-1,-1,2)$ $C(3,-1,2)$

a- بين أن $(z=2)$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

b- تحقق من أن : $(\ell)\subset(ABC)$.

3- نعتبر الفلكة (S) المعرفة بالمعادلة الديكارتية : $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-6=0$

a- حدد مركز وشعاع الفلكة (ℓ).

b- بين أن $(\ell)\subset(S)$

c- تحقق من أن $(S)\cap(ABC)=(\ell)$

تمرين -25-

الفضاء (ξ) نسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر في (ξ) الفلكة (S) ذات المعادلة : $x^2+y^2+z^2-1=0$ والنقطتين $A(0,0,1)$ و $B(0,0,-1)$

1- a- بين أن $[AB]$ قطر للفلكة (S).

b- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في النقطة B.

2- نعتبر في (ξ) المستوى (Q) ذا المعادلة : $x\cos\theta+y\sin\theta+1=0$; $\theta\in[-\pi,\pi[$

a- بين أن (Q) مماس للفلكة (S) في النقطة $M(-\cos\theta,-\sin\theta,0)$

b- بين أن (Q) عمودي على (P).

c- حدد مجموعة النقط M عندما يتغير θ في المجال $[-\pi,\pi[$.

تمرين -26-

الفضاء ξ منسوب إلى م م م م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(0,0,1)$ و $B(0,1,1)$ و $C(1,0,1)$

1- بين أن $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OA}$ واستنتج أن المستقيم (OA) عمودي على المستوى (ABC).

2- أ- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (OBC).

ب- اعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من A والعمودي على المستوى (OBC).

ج- حدد إحداثيات النقطة D تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (OBC).

د- احسب مسافة النقطة A عن المستوى (OBC).

3- لتكن (S) الفلكة التي مركزها A والمارة من B.

أ- حدد المعادلة الديكارتية للفلكة (S).

ب- بين أن المستوى (OBC) يقطع الفلكة (S) في دائرة (E) وحدد مركز وشعاع الدائرة (E)

تمرين -27-

في الفضاء المنسوب إلى م م م م $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(2,2,-2)$ و $B(-3,2,3)$ و $C(0,3,0)$ و $D(0,0,-3)$.

ولتكن (S) مجموعة النقط M في الفضاء التي تحقق $MA^2+MB^2=\dfrac{55}{2}$

1- a- اعط معادلة ديكارتية للمجموعة (S).

b- استنتج أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega\left(-\dfrac{1}{2},2,\dfrac{1}{2}\right)$ وشعاعها $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

2- a- أحسب الجداء المتجهي $\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{CD}$

b- استنتج أن : $x-2y+2z+6=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من النقط A و C و D

3- ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل البارامتري : $t\in\mathbb{R}$, $\begin{cases} x=2-2t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$

a- بين أن : $(\Delta)\subset(\mathrm{P})$

b- بين أن (Δ) مماس للفلكة (S).

تمرين -28-

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقطتين $A(1,1,0)$ و $\Omega(-1,1,-1)$

1- أعط معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من A و $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة منظمية عليه.

2- أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها **2**

3- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

4- a- أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من Ω والعمودي على (P).

b- أحسب مسافة النقطة A عن المستقيم (D).

تمرين -29-

نعتبر في الفضاء $\mathcal{E}$ المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(1,0,1)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,1,1)$ و $E(1,1,0)$.

والمستقيم (D) المار من E و $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ متجهة موجهة له.

1- أ- بين أن $x+y-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

ب- حدد تقاطع المستوى (ABC) والمستقيم (D).

2- أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (P) الذي يتضمن المستقيم (D) ويتعامد مع المستوى (ABC).

3- حدد إحداثيات متجهة موجهة للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

4- لتكن (S) الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ وشعاعها $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

أ- أكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S).

ب- بين أن تقاطع المستوى (ABC) والفلكة (S) هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.