- **تمرين01:**

1)- حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات التالية :

" $p:\sqrt{5}+\sqrt{6}\geq\sqrt{22}$ " و " $q:\forall x\in\mathbb{R}:x^2\succ 0$ " و " $r:\exists x\in\mathbb{R}/|x|\leq 0$ "

" $s:\forall n\in\mathbb{N}\ \exists m\in\mathbb{N}\ /\ n\prec m$ " و " $t:\exists n\in\mathbb{N}/\ \forall m\in\mathbb{N}:n\leq m$ "

2)- أكتب نفي كل عبارة من العبارتين :

" $p:\forall x\in\mathbb{R}\ \exists y\in\mathbb{R}\ /\ xy=1$ " و " $q:\forall a\in\mathbb{R}:ax=ay\Rightarrow x=y$ "

ثم إستنتج قيمة حقيقة كل واحدة منهما .

- **تمرين02:**

1)- بين بالترجع أن : $\forall n\in\mathbb{N}:\dfrac{3^n+5^{n+1}}{2}\in\mathbb{N}$ و $\forall n\in\mathbb{N}:\dfrac{7^{n+1}+3^n}{4}\in\mathbb{N}$

و $\forall n\in\mathbb{N}^*:\dfrac{1+2\times 3^n+5^{n+1}}{8}\in\mathbb{N}$.

2)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع :

$S_n=1-3+5-7+\ldots+(-1)^n(2n+1)$ و $T_n=2-4+6-8+\ldots+(-1)^{n-1}2n$

بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا : $S_n=(-1)^n(n+1)$ و $T_n=\dfrac{1-(-1)^n(2n+1)}{2}$.

3)- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا : $\sum_{k=1}^{n}k^3=\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$.

4)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع : $S_n=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k(n-k)^2$.

أحسب S_1 و S_2 و S_3 ، ثم بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*:S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

5)- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$ بحيث $n\geq 24$ يوجد زوج (a,b) من $\mathbb{N}^2$ يحقق :

$n=5a+7b$.

6)- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ يوجد زوج (p_n,q_n) من $\mathbb{N}^{*2}$ بحيث :

$\begin{cases}(2+\sqrt{3})^n=p_n+q_n\sqrt{3}\\ 3q_n^2=p_n^2-1\end{cases}$ ، ثم إستنتج أن $E\left[(2+\sqrt{3})^n\right]$ عدد فردي لكل n من $\mathbb{N}^*$.

- **تمرين03:**

1)- حدد $\neg(p\Leftrightarrow q)$ ، حيث p و q عبارتين .

2)- لتكن $P(x)$ و $Q(x)$ دالتين عباريتين معرفتين على مجموعة غير فارغة E .

أكتب نفي كل عبارة من العبارتين :

$\forall x\in E:P(x)\Leftrightarrow Q(x)$ و $\exists x\in E/P(x)\Leftrightarrow Q(x)$.

- **تمرين04:**

لتكن p و q و r ثلاث عبارات .

1)- أكتب العبارة $p\Rightarrow(q\Rightarrow\neg r)$ باستعمال :

أ- النفي ($\neg$) و الفصل (أو) فقط .

ب- النفي ($\neg$) و العطف (و) فقط .

2)- متى تكون العبارة $p\Rightarrow(q\Rightarrow\neg r)$ صحيحة ؟

- **تمرين05:**

لتكن p و q و r ثلاث عبارات ، بين أن :

$p\Rightarrow(q\Rightarrow r)\ \Leftrightarrow\ (q\text{ و }p)\Rightarrow r$ و $p\Rightarrow(r\text{ أو }q)\ \Leftrightarrow\ (\neg q\text{ و }p)\Rightarrow r$

- **تمرين06:**

1)- ليكن a و b عددين حقيقيين ، أثبت أن :

$(\forall n\in\mathbb{N}^*:a\leq b+\dfrac{1}{n})\ \Rightarrow\ a\leq b$ و $(\forall n\in\mathbb{N}^*:|a|\leq\dfrac{1}{n})\ \Rightarrow\ a=0$.

2)- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{1+x+x^2}$.

بين أن : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2:(f(x)\neq f(y))\Leftrightarrow(x\neq y\text{ و }xy\neq 1)$.

- **تمرين07:**

1)- أكتب نفي العبارة " $p:\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2:f(x)=f(y)\Rightarrow x=y$ "

حيث f دالة عددية معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$.

2)- نأخذ $f(x)=x^2-3x+2$.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم إستنتج قيمة حقيقة العبارة p معللا جوابك .

ثانوية الفتح - الخميسات
abouzakariya@yahoo.fr