التمرين 1: حدد الأعداد الحقيقية x ، y و z حيث : $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{x+y+z}{2}$

.....

التمرين 2: لتكن a ، b و c قياسات أضلاع مثلث محترم.

بين أن : $a+b+c=1 \Rightarrow a^2+b^2+c^2 \prec \frac{1}{2}$

.....

التمرين 3: لتكن a ، b و c أعدادا حقيقية من المال $]3,+\infty[$.

بين أن : $3(a+b+c) \prec ab+bc+ca$.

بين أن : $ab+bc+ca \prec abc$.

.....

التمرين 4: ليكن x و y عددين حقيقيين .

بين أن : $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right).\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=1 \Leftrightarrow x+y=0$

.....

التمرين 5: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

بين أنه إذا كان العدد $2n+1$ مربعا كاملا فإن العدد $n+1$ يكون مجموع مربعين كاملين .

بين أنه إذا كان $3n+1$ مربعا كاملا فإن العدد $n+1$ يكون مجموع ثلاث مربعات كاملة .

.....

التمرين 6: لتكن x ، y و z أعدادا حقيقية أحدها منعدم والثاني موجب قطعا والثالث سالب قطعا

حيث : $(x=0 \Rightarrow y \succ 0)$ و $(x \succ 0 \Rightarrow y \prec 0)$ و $(y \neq 0 \Rightarrow z \succ 0)$

حدد من بين هذه الأعداد المنعدم والسالب قطعا والموجب قطعا.

.....

التمرين 7 : ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين قطعا حيث $a+b=1$ و n عددا صحيحا طبيعيا .

بين أن : $\left(1+\frac{1}{a^n}\right).\left(1+\frac{1}{b^n}\right) \geq \left(1+2^n\right)^2$

والله ولي التوفيق

التمرين 1: لتكن a ، b و c أعدادا حقيقية

بين أن : $\left(|a|\prec c \ et\ |b|\prec c\right)\Leftrightarrow\left|\frac{a+b}{2}\right|+\left|\frac{a-b}{2}\right|\prec c$

.....

التمرين 2: ليكن a و b عددين جذريين حيث $a\prec b$. بين أن العدد $\frac{a+b\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ لاجذري .

.....

التمرين3: ليكن a عددا حقيقيا . بين أن : $[(\forall\varepsilon\succ 0):|a|\prec\varepsilon]\Rightarrow a=0$

.....

التمرين 4: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا . بين أن $\frac{n^2+1}{3}\notin N$

.....

التمرين 5: لتكن a ، b و c أعدادا صحيحة نسبية فردية .

بين أن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ لا تقبل حلا جذريا.

.....

التمرين 6: ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين . نضع $x+y=s$.

بين أن : $\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1}\ \le\ 2(s+1)$

.....

التمرين 7: لتكن a ، b و c أعدادا حقيقية موجبة حيث $a+b+c=1$.

بين أن : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge 9$.

.....

التمرين 8 : ليكن a عددا حقيقيا موجبا .

بين أنه إذا كان $a^4+8a^3+18a^2+8a\succ 3$ فإن $\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}}\prec a+2$.

.....

التمرين 9: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بما يلي : $f(x)=x^2-3x+2$

اعط نفي العبارة $f(x)=f(y)\Rightarrow x=y$: $\left(\forall(x,y)\in R^2\right)$ ثم حدد قيمة حقيقتها

والله ولي التوفيق

التمرين 1: بين بالترجع أن :

1. العدد 7 يقسم العدد $3^{2n}-2^n$ لكل n من N .
2. العدد 9 يقسم العدد 4^n-3n-1 لكل n من N .
3. العدد 10 يقسم العدد $2^{2^n}-6$ لكل n من $N-\{0\,;1\}$.
4. $\dfrac{n^3+3n^2+2n}{6}\in N$ لكل n من N .
5. $3^{2n}\geq 1+2n$ لكل n من N .
6. $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}k^2=(-1)^{n+1}\dfrac{n(n+1)}{2}$ لكل n من N^* .
7. $\prod_{k=1}^{n}(n+k)=2^n\prod_{k=1}^{n}(2k-1)$ لكل n من N^* .
8. $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{k^2}{(2k-1)(2k+1)}=\dfrac{n(n+1)}{2(2n+1)}$ لكل n من N^* .
9. $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)(k+2)}=\dfrac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ لكل n من N^* .
10. $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n\prec n$ لكل n من $N-\{0\,;1\,;2\}$.
11. $n=5p+7q$: $(\exists(p,q)\in N^2)$ $(\forall n\in N-\{0;1;.....;23\})$
12. $a_n^2-3b_n^2=1$ و $(2+\sqrt{3})^n=a_n+b_n\sqrt{3}$: $(\exists(a_n,b_n)\in N^2)$ $(\forall n\in N)$

.....

التمرين 2: لكل n من N نضع : $f(n)=10^{3n+2}+10^{3n+1}+1$

1. احسب $f(n+1)$ بدلالة $f(n)$.
2. استنتج أن $f(n)$ يقبل القسمة على 111 لكل n من N .

.....

التمرين 3: ليكن α حلا حقيقيا موجبا قطعا للمعادلة $x+\dfrac{1}{x}=3$.

1. بين أن : $\alpha^{n+1}+\dfrac{1}{\alpha^{n+1}}=3\left(\alpha^n+\dfrac{1}{\alpha^n}\right)-\left(\alpha^{n-1}+\dfrac{1}{\alpha^{n-1}}\right)$ لكل n من N^* .
2. استنتج أن : $\alpha^n+\dfrac{1}{\alpha^n}\in N$ لكل n من N^* .

والله ولي التوفيق