تمارين في المنطق الأولى علوم رياضية ذ الرقبة

تمرين1 بين أن

1- $\sqrt{x-1}+2\sqrt{y-4}=\frac{x+y}{2}\Leftrightarrow x=2$ و $y=8$

2- حدد الأعداد الحقيقية x و y و z حيث $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{x+y+z}{2}$

3- ليكن x و y عددين حقيقيين بين أن $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=1\Leftrightarrow x+y=0$

4- ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين بين أن $\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1}\le 2(x+y+1)$

5- لتكن الأعداد الحقيقية الموجبة x و y و z حيث $x+y+z=1$ بين أن $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\ge 9$

6- ليكن x و y عددين حقيقيين حيث $a+b\succ c$ بين أن $a\succ\frac{c}{2}$ أو $b\succ\frac{c}{2}$

7- ليكن a و b عددين حقيقيين بين أن $\forall\varepsilon\succ 0\quad |a-b|\prec\varepsilon\Rightarrow a=b$

8- ليكن a و b عددين حقيقيين بين أن $|a|\prec 1$ و $|b|\prec 1\Leftarrow |a+b|\prec|1+ab|$

9- لتكن الأعداد الحقيقية الموجبة قطعا x و y و z حيث $xyz\succ 1$ و $x+y+z\prec\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$

بين أن $z\neq 1$ و $y\neq 1$ و $x\neq 1$

10- ليكن x و y عددين حقيقيين بين أن $|y|\prec\alpha$ و $\forall\alpha\succ 0,\left|\frac{x+y}{2}\right|+\left|\frac{x-y}{2}\right|\prec\alpha\Rightarrow|x\prec\alpha|$

11- ليكن x و y عددين حقيقيين من المجال $]1,+\infty[$ بين أن $x\neq y\Rightarrow x^2-2x\neq y^2-2y$

12- ليكن x و y عددين حقيقيين من المجال $]-1,1[$ بين أن $-1\prec\frac{x+y}{1+xy}\prec 1$

تمرين2

لتكن P و Q و R عبارات بين أن العلاقات التالية قوانين منطقية

(1 $P\Rightarrow(\overline{P}\Rightarrow Q)$

(2 $(P\Rightarrow Q)\Rightarrow\left[\left(P\text{ أو }R\right)\Rightarrow\left(Q\text{ أو }R\right)\right]$

(3 $P\Rightarrow(Q\Rightarrow P)$

(4 $(P\Rightarrow Q)\Rightarrow\left[(P\Rightarrow R)\Rightarrow(Q\Rightarrow R)\right]$

(5 $(P\Leftrightarrow Q)\Leftrightarrow\neg\left(\neg P\Leftrightarrow Q\right)$

تمرين3 **باستعمال البرهان بالترجع بين ما يلي**

1) $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\quad 2^n\ge n+1$

2) **لكل n من** $\mathbb{N}$ **العدد** $3^{2n}-2^n$ **يقبل القسمة على 7**

3) $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\quad 3^{2n}\ge 2n+1$

4) **لكل n من** $\mathbb{N}^*$ **العدد** $3^{2n}+2^{6n-5}$ **يقبل القسمة على 11**

5) **لكل n من** $\mathbb{N}-\{0,1\}$ **العدد** $2^{2^n}-6$ **يقبل القسمة على 10**

6) **لكل n من** $\mathbb{N}^*$ **العدد** $n^2\left(n^2-1\right)$ **يقبل القسمة على 12**

7) **لكل n من** $\mathbb{N}^*$ **العدد** 4^n+6n-1 **يقبل القسمة على 9**

8) **بين أن** $1^2+2^2+.....+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

9) **بين أن** $1+2\ +2^2+.....+2^n=2^{n+1}-1$

siraqba@gmail.com www.0et1.com