تصحيح الامتحان الوطني الموحد للرياضيات - باكالوريا علوم تجريبية - الدورة العادية 2010

التمرين الاول:

1°)

$$\overrightarrow{AB}(4,0,-3);\ \overrightarrow{AC}(8,1,-6)$$

$$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & 4 & 8\\ \vec{j} & 0 & 1\\ \vec{k} & -3 & -6\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -3 & -6\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}4 & 8\\ -3 & -6\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}4 & 8\\ 0 & 1\end{vmatrix}\vec{k}=3\vec{i}-0\vec{j}+4\vec{k}$$

ومنه معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) : $3x+0y+4z+d=0$

$$B\in(ABC)\Rightarrow 3x_B+4z_B+d=0\Rightarrow d=-9$$

$$(ABC):3x+4z-9=0$$

2°)

$$x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0\Leftrightarrow(x-3)^2-3^2+(y-1)^2-1^2+(z-0)^2-15=0$$

$$\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-1)^2+(z-0)^2=25=5^2$$

إذن مركز الفلكة هو: $\Omega(3,1,0)$ و شعاعها هو: $R=5$

3°)

$$\Delta(\Omega,\vec{u})......(\Delta)\perp(ABC)\Rightarrow\vec{u}\perp(ABC)\Rightarrow\vec{u}(3,0,4)$$

$$M\in(\Delta)....M(x,y,z)......\exists t\in\mathbb{R}/\overrightarrow{\Omega M}=t.\vec{u}$$

$$(\Delta):\begin{cases}x-3=3t\\ y-1=0t\\ z-0=4t\end{cases}\Leftrightarrow(\Delta):\begin{cases}x=3t+3\\ y=1\\ z=4t\end{cases}$$

(Δ) يمر من مركز الفلكة ، إذن (Δ) يقطعها وفق نقطتين E و F ، إحداثياتهما هي حل النظمة التالية:

$$\begin{cases}x=3t+3\\ y=1\\ z=4t\\ (x-3)^2+(y-1)^2+z^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3t+3\\ y=1\\ z=4t\\ (3t)^2+0^2+(4t)^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3t+3\\ y=1\\ z=4t\\ t^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ x=6\\ y=1\\ z=4\end{cases}/\begin{cases}t=-1\\ x=0\\ y=1\\ z=-4\end{cases}$$

ومنه : $E(6,1,4)....F(0,1,-4)$

التمرين الثاني:

1°)

$$z^2-6z+10=0$$

$$\Delta=6^2-4\times10=-4=(2i)^2$$

$$z_1=\frac{6+2i}{2};z_2=\frac{6-2i}{2}$$

$$z_1=3+i;z_2=3-i$$

$$S_{\mathbb{C}}=\{3+i;3-i\}$$

2°) أ- الصيغة التحليلية للدوران R الذي مركزه A وزاويته π / 2 :

$$z'-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$$

$$z'-(3-i)=(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})(z-(3-i))=i(z-3+i)$$

$$z'-3+i=iz-3i-1 \Leftrightarrow z'=iz+2-4i$$

ب- صورة النقطة C بالدوران R

$$R(C)=i(7-3i)+2-4i=7i+3+2-4i=5+3i=c'$$

$$R(C)=C'$$

ج- طبيعة المثلث (BCC') :

$$\frac{c'-b}{c-b}=\frac{5+3i-(3+i)}{7-3i-(3+i)}=\frac{2+2i}{4-4i}=\frac{2(1+i)}{4(1-i)}=\frac{1}{2}\times\frac{1+i}{1-i}=\frac{1}{2}\times\frac{(1+i)^2}{2}=\frac{1}{2}i$$

$$\frac{c'-b}{c-b}=\left[\frac{1}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$

ومنه فإن المثلث (BCC') **قائم الزاوية في B و:** $\frac{BC'}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow BC=2BC'$

التمرين الثالث :

1°) عددالسحبات الممكنة :

$$card(\Omega)=C_{10}^4=210$$

$$P(A)=\frac{C_3^1C_7^3}{210}=\frac{3\times35}{210}=\frac{1}{2}$$

$$P(B)=1-P(\bar{B})=1-\frac{C_5^4}{210}=1-\frac{5}{210}=\frac{41}{42}$$

2°) أ- نسحب بالتآني 4 كرات من الصندوق.

إذن : يمكن سحب 3 كرات حمراء والرابعة من لون مغاير← X = 3

أو سحب كرتين حمراوين فقط ← X = 2

أو سحب كرة واحدة حمراء فقط ← X = 1

أو عدم سحب أية كرة حمراء ← X = 0

ب-

$$P(X=2)=\frac{C_3^2C_7^2}{210}=\frac{3\times21}{210}=\frac{3}{10}$$

$$P(X=0)=\frac{C_7^4}{210}=\frac{35}{210}=\frac{1}{6}$$

ج- قانون احتمال المتغير العشوائي X :

$$P(X=1)=P(A)=\frac{1}{2}$$

$$P(X=3)=\frac{C_3^3C_7^1}{210}=\frac{7}{210}=\frac{1}{30}$$

i	0	1	2	3
$P(X=i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

التمرين الرابع :

1°) $u_{n+1}=\frac{3u_n-1}{2u_n};u_0=2$

لنبين بالترجع أن : $\forall n\in\mathbb{N};u_n-1\succ 0$

$u_0-1=2-1=1\succ 0$ **عبارة صحيحة**

نفترض أن : $u_n-1\succ 0$ **ولنبين أن :** $u_{n+1}-1\succ 0$

$$u_{n+1}-1=\frac{3u_n-1}{2u_n}-1=\frac{3u_n-1-2u_n}{2u_n}=\frac{u_n-1}{2u_n}\succ 0$$

إذن حسب البرهان بالترجع فإن : $\forall n\in\mathbb{N};u_n-1\succ 0$

2°) $\forall n\in\mathbb{N};v_n=\frac{u_n-1}{2u_n-1}$

أ- لنبين أن v_n متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$:

$$v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-1}{2u_{n+1}-1}=\frac{\frac{3u_n-1}{2u_n}-1}{\frac{6u_n-2}{2u_n}-1}=\frac{3u_n-1-2u_n}{6u_n-2-2u_n}=\frac{u_n-1}{2(2u_n-1)}=\frac{1}{2}v_n$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{1}{2}\in\mathbb{R}$$

$$q=\frac{1}{2}$$

$$v_0=\frac{u_0-1}{2u_0-1}=\frac{2-1}{4-1}=\frac{1}{3}$$

إذن : $\forall n\in\mathbb{N};v_n=v_0\times q^n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ب-

$$v_n=\frac{u_n-1}{2u_n-1}\Leftrightarrow (2u_n-1)v_n=u_n-1\Leftrightarrow 2u_nv_n-v_n=u_n-1\Leftrightarrow u_n(2v_n-1)=v_n-1$$

$$u_n=\frac{v_n-1}{2v_n-1}$$

ومنه:

$$u_n=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}$$

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.........(-1 \prec \frac{1}{2} \prec 1)$

إذن : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = \dfrac{\frac{1}{3}\times 0 - 1}{\frac{2}{3}\times 0 - 1} = 1$

3°) $\lim\limits_{x\to+\infty} w_n = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln(u_n)\right] = \ln(1) = 0$

التمرين الخامس:

I) الجزء الأول:

1°)

$$x \in \mathbb{R}; g(x) = 1 + 4xe^{2x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; g'(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4(2x+1)e^{2x}$$

2°)

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$g'(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\Rightarrow g \nearrow$$

$$g'(x) \leq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right] \Rightarrow g \searrow$$

3°) أ-

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + 4\times\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-1} = 1 - 2e^{-1} = 1 - \frac{2}{e}$$

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{e-2}{e} \succ 0...............(e \simeq 2,7 \succ 2)$$

ب-

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}(1 + 4xe^{2x}) = 1 + \infty = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}(1 + 4xe^{2x}) = 1 + 2\lim_{x\to-\infty}(2xe^{2x}) = 1 + 2\times 0 = 1$$

x	-∞	½	+∞
g'(x)	-		+
g(x)	**1** ↘	$\frac{e-2}{e}$	↗ +∞

إذن من خلال دراسة جدول التغيرات نستنتج أن: $\forall x \in \mathbb{R}; g(x) \succ 0$

II) <u>الجزء الثاني</u>:

$$f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$$

1°)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[(2x-1)e^{2x}+x+1\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[(2x-1)e^{2x}+x+1\right]=\lim_{x\to-\infty}(2xe^{2x}-e^{2x}+x+1)=0-0-\infty+1=-\infty$$

2°)

$$\forall x\in\mathbb{R};$$

$$f'(x)=\left[(2x-1)e^{2x}+x+1\right]=2e^{2x}+2(2x-1)e^{2x}+1$$

$$f'(x)=2e^{2x}+4xe^{2x}-2e^{2x}+1=4xe^{2x}+1=g(x)\succ 0$$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
f ’(x)	+
f(x)	$-\infty$ ↗ $+\infty$

3°) أ-

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x-1)e^{2x}+x+1}{x}=\lim_{x\to+\infty}(2-\frac{1}{x})e^{2x}+1+\frac{1}{x}=(2-0)\times+\infty+1+0=+\infty$$

إذن (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

ب-

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[(2x-1)e^{2x}\right]=\lim_{x\to-\infty}(2xe^{2x}-e^{2x})=0-0=0$$

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : y =x +1 مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار$-\infty$.

ج- تقاطع (C) و (Δ)

$$f(x)=y\Leftrightarrow f(x)-y=0\Leftrightarrow(2x-1)e^{2x}=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$$ **إذن:** $I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ **هي نقطة تقاطع (C) و (Δ)**

الوضع النسبي ل (C) و (Δ)

$$f(x)-y\succ 0\Leftrightarrow 2x-1\succ 0\Leftrightarrow x\succ\frac{1}{2}$$

إذن: في المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ **(C) فوق (Δ)**

$$f(x)-y\prec 0\Leftrightarrow 2x-1\prec 0\Leftrightarrow x\prec\frac{1}{2}$$

إذن: في المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ **(C) تحت (Δ)**

4°) أ- معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى(C) في النقطة O

$$y=f'(0)\left[x-0\right]+f(0)=g(0)\times x+f(0)$$

$$g(0)=1;\ f(0)=(2\times 0-1)e^{0}+0+1=0$$

$$y=x$$

ب-نقطة الإنعطاف:

$$\forall x \in \mathbb{R};\ f''(x) = g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$f''(x) \succ 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$$

$$f''(x) \prec 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$$

$f''(x)$ تنعدم في $\left(-\frac{1}{2}\right)$ وتغير إشارتها إذن أفصول نقطة الإنعطاف هو : $\left(-\frac{1}{2}\right)$

5°) المنحنيات (C) و (Δ) و (T) : انظر الصفحة التالية

6°) أ-

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = ?$$

$$u(x) = 2x-1 \Rightarrow u'(x) = 2$$

$$v'(x) = e^{2x} \Rightarrow v(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = \left[\frac{1}{2}(2x-1)e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}} - \int_0^{\frac{1}{2}} e^{2x}dx = \left[\frac{1}{2}(2x-1)e^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}}$$

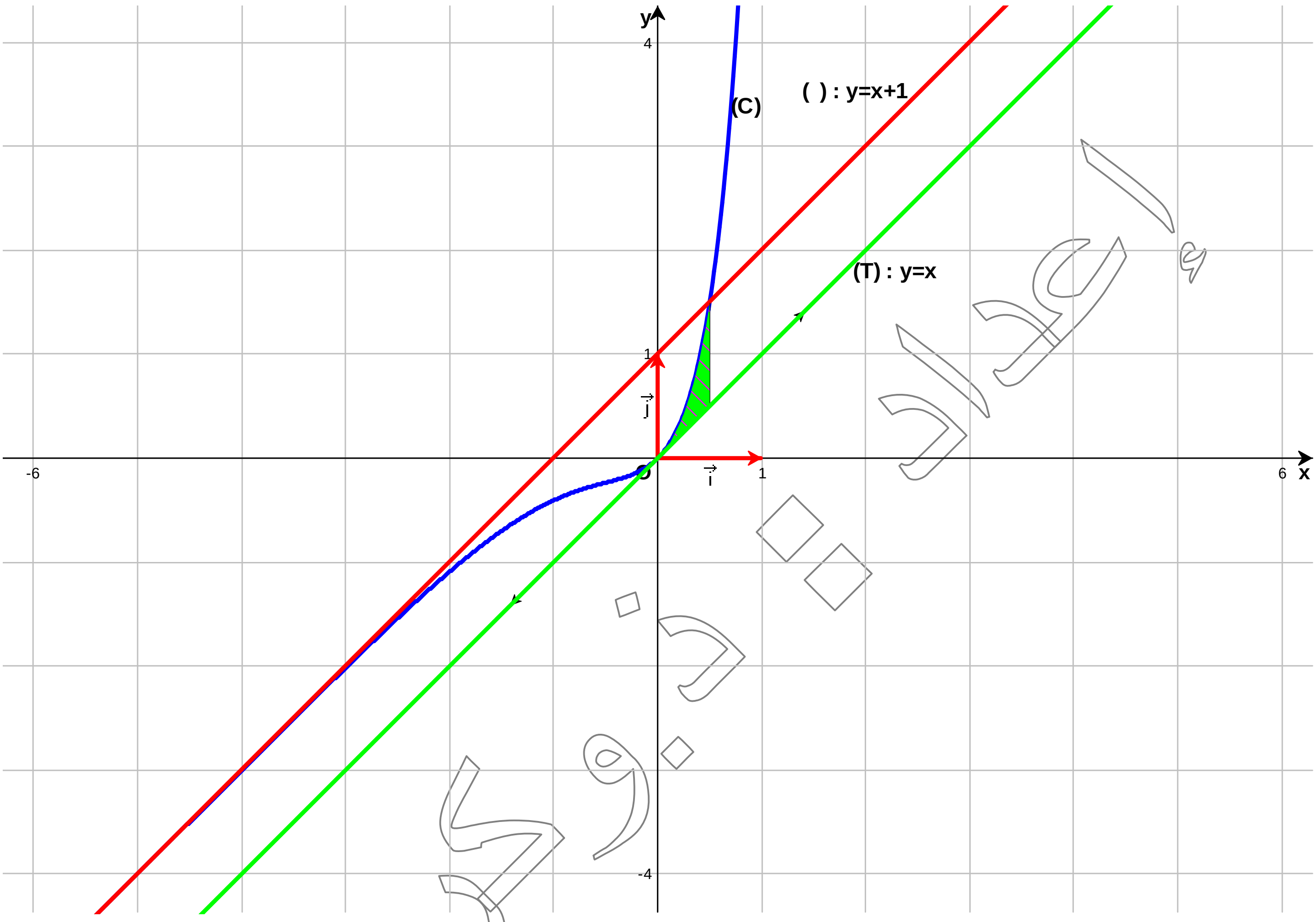
$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = \left[xe^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}} = \left[xe^{2x} - e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{e}{2} - e - 0 + 1 = 1 - \frac{e}{2}$$

ب- مساحة الحيز المحصور بين (C) و (T) و المستقيمين $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} |f(x) - y|dx.ua = \int_0^{\frac{1}{2}} [f(x) - y]dx.ua = \int_0^{\frac{1}{2}} [(f(x) - x]dx.ua = \int_0^{\frac{1}{2}} \left[(2x-1)e^{2x} + 1\right]dx.ua$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} |f(x) - y|dx.ua = \left(1 - \frac{e}{2}\right) + [x]_0^{\frac{1}{2}} = \left(1 - \frac{e}{2} + \frac{1}{2}\right) \times 4cm^2 = \left(\frac{3}{2} - \frac{e}{2}\right) \times 4cm^2 = (6 - 2e)\,cm^2$$

Email : Prof.w@hotmail.fr


y
4
(C)
( ) : y=x+1
(T) : y=x
1
-6
O
1
6
x
-4
إعداد : ذ . وكريمي