المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية

المركز الوطني للامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة الاستدراكية 2007)
الموضوع

المـــــادة: الرياضيات	مدة الإنجاز: 3
الشعـــب(ة): العلوم التجريبية الأصيلة + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية	المعامل: 7

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$
و $C(3,3,3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي: $x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2,2,4)$ و أن شعاعها يساوي 2 . — 1

2) ليكن (P) المستوى المار من النقطة A والعمودي على المستقيم (BC). — 0,75
بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي: $x-y+z-1=0$

3) أ - بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1. — 1
ب- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P). — 0,25
ج- حدد مثلوث إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة (Γ). — 0,5

التمرين الثاني (2,5 ن)

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء وأربع بيدقات سوداء (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1) ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما أبيض؟ — 0,75
2) ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون؟ — 0,75
3) ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل؟ — 1

التمرين الثالث (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}(u_n-4n-1)$ لكل n من $I\!N$.

نضع $v_n=u_n+n-1$ لكل n من $I\!N$.

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$. — 1

2) أ- احسب v_n بدلالة n . — 0,5
ب- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. — 0,5

3) نضع $T_n=v_0+v_1+........+v_n$ و $S_n=u_0+u_1+........+u_n$ حيث n عنصر من $I\!N$. — 1
بين أن: $T_n=\frac{1}{4}\left(5-\frac{1}{5^n}\right)$ و أن $S_n=T_n-\frac{(n+1)(n-2)}{2}$ لكل n من $I\!N$.

المــــادة :	الرياضيات
الشعــب(ة):	العلوم التجريبية الأصيلة + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية

التمرين الرابع (3 ن)

1) تحقق من أن: $\left(\sqrt{2}+2i\right)^2=-2+4\sqrt{2}\,i$.	0,25
2) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-\left(\sqrt{2}+2\right)z+2+\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i=0$.	0,75
3) نعتبر العددين العقديين $z_1=1-i$ و $z_2=1+\sqrt{2}+i$.	
أ – حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي z_1 .	0,5
ب – بين أن : $z_1\cdot z_2=\sqrt{2}\,\overline{z_2}$ ($\overline{z_2}$ هو مرافق العدد z_2). استنتج أن : $\arg(z_1)+2\arg(z_2)\equiv 0[2\pi]$	1
ج – حدد عمدة للعدد z_2 .	0,5

مسألة (8 ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$.	
1) بين أن $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج منحى تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$.	1
2) بين أن $g(x)\leq 0$ لكل x من $]0,1]$ و أن $g(x)\geq 0$ لكل x من $[1,+\infty[$ (لاحظ أن $g(1)=0$) .	0,5
II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$.	
ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O\ ,\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$.	
1) أ – بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.	0,75
ب – تحقق من أن: $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$.	0,25
ج – احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)$ (يمكن وضع $t=\dfrac{1}{x}$) ثم أول النتيجة هندسيا .	0,5
د – بين أن (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المقارب هو المستقيم الذي معادلته هي : $y=x$.	0,5
2) بين أن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .	1,5
3) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $\left(O\ ,\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$.	1
4) أ – بين أن الدالة $G:x\to x\ln x-x$ دالة أصلية للدالة $g:x\to\ln x$ على $]0,+\infty[$.	0, 5
ب– باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$.	0,75
ج – حدد مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e$.	0,75