



C: RS22

مدة الإجازة: 3 ساعات

المعامل: 7

المادة: الرياضيات

الشعب(ة): العلوم التجريبية- العلوم التجريبية الأصيلة- العلوم الزراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

(التمرين الأول (ثلاث نقط))

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1, 2, -2)$ و $B(1, -1, 1)$ و $C(2, 1, -2)$.

1- حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$. 0,5

ب- بين أن : $x + y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) . 0,5

2) لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(1, 1, 1)$ وشعاعها $R = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

أ- بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) ثم حدد مثلث إحداثيات H نقطة تماس (ABC) و (S) . 1,25

ب- لتكن $M(a, b, c)$ نقطة من المستوى (ABC) ، بين أن : $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$. 0,75

(التمرين الثاني (ثلاث نقط))

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ و $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ و $w_n = 5^n u_n$

1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n . 0,75

2) أ- بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5. 0,25

ب- اكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n . 0,5

3) أ- بين أن : $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}^*$. 0,75

ب- استنتج أن : $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 0,75

الصفحة 2 / 3	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا (الدورة الاستدراكية: 2006) الموضوع	المادة : الرياضيات
C:RS22		الشعب(ة): العلوم التجريبية - العلوم الزراعية الأصيلة - العلوم الزراعية

التمرين الثالث (ثلاث نقط)

يحتوي كيس U_1 على 5 بیدقات : ثلاث بیدقات تحمل الرقم 2 و بیدقتان تحملان الرقم 3 ؛ و يحتوي كيس U_2 على 5 بیدقات : ثلاث بیدقات بيضاء و بیدقتين حمراوين (لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس).
نسحب عشوائيا بیدقة واحدة من الكيس U_1 و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n بیدقة من الكيس U_2 حيث n هو الرقم الذي تحمله البیدقة المسحوبة من الكيس U_1 .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات الحمراء المسحوبة.

- (1) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . 2,75
- (2) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X . 0,25

التمرين الرابع (ثلاث نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + 2z + 1 + i = 0$
نرمز ب z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة بحيث $\Im m(z_1) > 0$.

- (1) حدد z_1 و z_2 (لاحظ أن $(1-i)^2 = -2i$) . 0,75
- (2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقاط :
 A و B و M_1 و M_2 التي ألقاها على التوالي -1 و $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ و z_1 و z_2 .

أ- اكتب العدد العقدي $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ على الشكل المثلثي . 0,5

ب- تحقق من أن $\overline{AM_1} = \overline{OB}$ و أن A منتصف القطعة $[M_1M_2]$ ثم أنشئ النقاط :
 A و B و M_1 و M_2 . 0,75

ج- استنتج أن $AOBM_1$ معين ثم أن $\arg(z_1) \equiv \frac{7\pi}{8} [2\pi]$. 1

مسألة (ثمان نقط)

(I) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) : y'' - 2y' + y = x - 1$

1) حل المعادلة التفاضلية : 0,75

2) أ- أوجد حلا خاصا للمعادلة (E) من النوع : $y_0 : x \rightarrow ax + b$ 0,25

ب- أعط الحل العام للمعادلة (E) . 0,25

ج- حدد الحل h للمعادلة (E) الذي يحقق : $h(0) = 0$ و $h'(0) = 1$ 0,5

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = (x-1)e^x + x + 1$

أ- احسب $g'(x)$ لكل x من $[0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة g تزايدية قطعاً على $[0, +\infty[$. 0,75

ب- بين أن : $g(x) \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$ (لاحظ أن : $g(0) = 0$) 0,25

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي : $f(x) = \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2}$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أن f دالة فردية. 0,5

2) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$) ثم أول مبيانيا هذه النتيجة. 0,75

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم أول مبيانيا هذه النتيجة (لاحظ أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^* f(x) = \frac{x}{e^x(1 - e^{-x})^2})$) 0,5

3) أ- بين أن : $f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 1)^3} g(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$. 0,75

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$. 0,5

4) أنشئ (C). 0,5

5) أ- بين أن : $\int_2^3 \frac{1}{t(t-1)} dt = 2 \ln 2 - \ln 3$ (لاحظ أن : $\frac{1}{t(t-1)} = \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t}$) 0,5

ب- بوضع $t = e^x$ بين أن : $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx = \int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2} dt$ 0,5

6) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2} dt = 3 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$ 0,5

ب- استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي : $x = \ln 2$ و $x = \ln 3$ (نأخذ : $\ln 2 = 0,7$ و $\ln 3 = 1,1$) 0,25