

المادة : الرياضيات  
الشعبة : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية

- يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها وثلاث تمارين ومسألة.
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

#### أسئلة

- (1) حل المعادلة التفاضلية :  $y'' + y' - 6y = 0$ .
- (2) اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي  $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$
- (3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \ln(1 + \cos(x)) dx = \frac{\pi}{2} - 1$   
( نذكر أن  $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$  )
- (4) نضع :  $u_n = n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .  
احسب، بدلالة  $n$ ، المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

#### التمرين الأول

- في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر المستوى  $P$  الذي معادلته  $x - z + 1 = 0$  والفلكة  $S$  التي مركزها  $\Omega(1, 0, 0)$  وشعاعها  $r = 2$ .
- (1) بين أن  $P$  و  $S$  يتقاطعان وفق دائرة  $\Gamma$ .
  - (2) حدد مركز وشعاع الدائرة  $\Gamma$ .

#### التمرين الثاني

- (1) أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي  $(1-i)^2$ .
- (2) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة :  $z^2 - 2(1+2i)z - (3-6i) = 0$ .
- (3) نعتبر في المستوى العقدي النقطتين  $A$  و  $B$  لحقهما على التوالي هما :  $a = 3i$  و  $b = 2+i$ .  
حدد ثم أنشئ ( $D$ ) مجموعة النقط  $M$  ذات اللحق  $z$  بحيث :  $|z-3i| = |z-2-i|$

#### التمرين الثالث

- يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء وكرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس.
- (1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس.  
ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء ؟
  - (2) نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال 5 كرات من الكيس.  
ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين من الكيس ؟
  - (3) نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال  $n$  كرات من الكيس.
- أ- بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو  $p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$ .
- ب- ما هو العدد الأدنى من السحبات التي يكون من أجلها  $p \geq 0,999$  ؟  
( نأخذ  $\log 3 \approx 0,48$  حيث  $\log$  هو اللوغاريتم العشري )

مسألة

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0, 2[$  بما يلي :  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$   
وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب- بين أن  $f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$  لكل  $x$  من المجال  $]0, 2[$ .

ج- اعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) أ- بين أن النقطة  $A(1, 0)$  مركز تماثل المنحنى  $(C)$ .

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $A(1, 0)$ .

(3) نضع  $\varphi(x) = f(x) - x$  لكل  $x$  من المجال  $]0, 2[$ .

أ- بين أن  $\varphi\left(\frac{3}{2}\right) < 0$  و  $\varphi\left(\frac{7}{4}\right) > 0$  ( نأخذ  $\ln 3 \approx 1,1$  و  $\ln 7 \approx 1,94$  )

ب- استنتج أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل حلا  $\alpha$  بحيث  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{4}$  وأول النتيجة مبيانيا.

(4) أ- بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$ .

ب- بين أن :  $f^{-1}(x) = \frac{2e^x}{1+e^x}$  ( $\forall n \in \mathbb{R}$ )

(5) أنشئ في نفس المعلم المنحنى  $(C)$  والمنحنى  $(\Gamma)$  الممثل للدالة  $f^{-1}$ .

(6) أ- أحسب  $\int_0^\alpha \frac{e^x}{1+e^x} dx$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين  $(C)$  و  $(\Gamma)$  ومحوري المعلم.