المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2004
(الدورة الاستدراكية)

المـادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية – ع. تجريبية أص. – ع. زراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة)

التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n^3}{3u_n^2 + 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) أ- بين أن $u_n \succ 0$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة.

2) أ- بين أن $u_{n+1} \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- استنتج أن : $u_n \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,2,-2)$ و $B(0,3,-3)$ و $C(1,1,-2)$ والمستوى (P) الذي معادلته : $x+y-3=0$.

1) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega(0,1,-1)$ عن المستوى (P).

ب- استنتج أن معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(0,1,-1)$ والمماسة للمستوى (P) هي :

$$x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$$

2) أ- حدد $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

ب- بين أن : $x-z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

3) أ- تحقق من أن الفلكة (S) مماسة للمستوى (ABC).

ب- احسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوى (ABC).

التمرين الثالث

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $2z^2 - 2iz - 1 = 0 \quad (E)$

1) أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E). (z_1 و z_2 هما حلا المعادلة بحيث $\Re e(z_1) \succ 0$).

ب- اكتب الحلين z_1 و z_2 على الشكل المثلثي.

2) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ نعتبر النقط A و B و S التي ألحاقها على التوالي هي : $a = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i$ و $b = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i$ و $s = i$.

أ- أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي : $\dfrac{a-s}{b-s}$.

ب- استنتج أن المثلث SAB متساوي الساقين وقائم الزاوية في S.

ج- بين أن الرباعي $OASB$ مربع.

التمرين الرابع

يحتوي كيس U_1 على بيدقتين تحملان الرقم 1 ، وعلى أربع بيدقات تحمل الرقم 2 (لا يمكن اللمس التمييز بينها باللمس).

ويحتوي كيس U_2 على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس كذلك .)

نسحب عشوائيا بيدقة واحدة من الكيس U_1.

1) احسب احتمال الحدثين التاليين :

A : " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 1 "

B : " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 2 ".

2) نعتبر في هذا السؤال التجربة العشوائية التالية :

نسحب بيدقة واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمها :

- إذا كان هذا الرقم هو 1 نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس U_2.
- وإذا كان هذا الرقم هو 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2.

ليكن n عدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس U_2 و E_n الحدث " الحصول بالضبط على n كرة حمراء "

أ- بين أن : $p(E_1)=\dfrac{11}{21}$ و $p(E_2)=\dfrac{2}{21}$.

ب- احسب احتمال الحدث A علما أن الحدث E_1 محقق.

التمرين الخامس

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق من أن : $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بين أن : $f(2-x)=f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x=1$ محور تماثل المنحنى (C).

3) أ- تحقق من أن : $f(x)=2\ln(x)+\ln\left(1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{x^2}\right)$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$.

ب- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ ثم أول هذه النتيجة.

4) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{2(x-1)}{(x-1)^2+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

المـــادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية – ع. تجريبية أص. – ع. زراعية

5) أ- بين أن : $f''(x)=\dfrac{2x(2-x)}{\left[(x-1)^2+1\right]^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- ادرس تقعر المنحنى (C).

6) أنشئ المنحنى (C).

7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من J.

8) أ- بوضع $t=x-1$ بين أن : $\int_0^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^0 \ln(1+t^2)\,dt$.

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_{-1}^0 \ln(1+t^2)\,dt=\ln 2-2\int_{-1}^0 \dfrac{t^2}{1+t^2}\,dt$.

ج- بين أن : $\int_{-1}^0 \dfrac{t^2}{1+t^2}\,dt=1-\dfrac{\pi}{4}$ (لاحظ أن : $\dfrac{t^2}{1+t^2}=1-\dfrac{1}{1+t^2}$ لكل t من $\mathbb{R}$).

د- استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=1$ و $x=0$.