

المستوى : الثانية ثانوي

المادة : الرياضيات
الشعبة : ع. تجريبية - ع. زراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر المستوى (P) والفلكة (S) المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكاريتين :

$$(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$$

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$$

- (1) حدد مركز وشعاع الفلكة (S)
- (2) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .
- (3) حدد نقطة تماس المستوى (P) والفلكة (S) .

التمرين الثاني

$$(1) \text{ احسب التكامل } I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x} |\ln(x)| dx$$

$$(2) \text{ أ- أوجد العددين } a \text{ و } b \text{ بحيث يكون } \frac{2t}{1+t} = a + \frac{b}{1+t} \text{ لكل عدد حقيقي } t \text{ يخالف } -1.$$

$$\text{ب- احسب التكامل } J = \int_2^7 \frac{1}{1+\sqrt{2+x}} dx \text{ (يمكن وضع } t = \sqrt{2+x} \text{)}$$

التمرين الثالث

- يحتوي كيس على 6 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس، وتحمل الأعداد : 2- و 1- و 0 و 1 و 2. نعتبر الاختبار التالي : نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس. نعتبر، بعد القيام بها الاختبار، الحدثين التاليين :
- (1) A : " من بين الكرات المسحوبة، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".
S : " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم ".
أ- احسب احتمال الحدث A.

$$\text{ب- بين أن احتمال الحدث } S \text{ يساوي } \frac{1}{5}.$$

- (2) نكرر الاختبار السابق أربع مرات (نعيد في كل مرة الكرات المسحوبة إلى الكيس). ماهو احتمال الحصول على الحدث S ثلاث مرات بالضبط ؟

التمرين الرابع

$$(1) \text{ أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي } (4+i)^2.$$

$$\text{ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة } z^2 + (2-3i)z - 5(1+i) = 0$$

- (2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي $a = 1+2i$ و $b = -3+i$ و $c = 6i$.

$$\text{أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي } \frac{c-a}{b-a}.$$

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية.

مسألة

الجزء الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$.

- (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- (2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 .
- (3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 1]$ وتزايدية على المجال $[1, +\infty[$.

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

- (1) بين بالترجع أن $1 \leq u_n \leq 2$ لكل n من \mathbb{N} .
- (2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.
- (3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

الجزء الثالث

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = \ln(x - 2\sqrt{x} + 2)$ هي دالة الوغاريتم النبيري.

- (1) وليكن (C) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.
أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) .
- (2) ادرس تغيرات الدالة g (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = 0$).
- (3) أنشئ المنحنى (C) .
- (4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $[1, +\infty[$.
أ- بين أن h تقابل من المجال $[1, +\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.
ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .