



(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ الفلكة (S) التي معادلته هي :
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 8 = 0$ والمستوى (P) الذي معادلته هي : $x - y + 2z + 1 = 0$.

(1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1, 2, 3)$ وأن شعاعها يساوي $\sqrt{6}$.

(2) تحقق من أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .

(3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (P) .

ب- حدد مثلث إحداثيات ω نقطة تماس (P) و (S) .

التمرين الثاني (3 ن)

(1) أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(3-2i)^2$.

ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2(4+i)z + 10 + 20i = 0$.

(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A و B و C التي

الحاقتها على التوالي هي : $a = 1+3i$ و $b = 7-i$ و $c = 5+9i$.

أ- بين أن : $\frac{c-a}{b-a} = i$.

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية.

التمرين الثالث (2,5 ن)

(1) تحقق من أن : $\frac{x^2}{x+1} = x-1 + \frac{1}{x+1}$ لكل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$.

(2) بين أن : $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 3$.

(3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^2 x \ln(x+1) dx = \frac{3}{2} \ln 3$.

التمرين الرابع (2,5 ن)

يحتوي كيس على سبع بیدقات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و -1 و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس).

نعتبر التجربة التالية : سحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .

لتكن الأحداث التالية :

A : " لا توجد أية بیدقة تحمل العدد 0 من بين البیدقات الثلاثة المسحوبة " .

B : " سحب ثلاث بیدقات تحمل أعدادا مختلفة مثلى مثلى " .

C : " مجموع الأعداد المسجلة على البیدقات الثلاثة المسحوبة منعدم " .

احسب احتمال كل من الحدثين A و B ثم بين أن احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$.

2,5

مسألة (9 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

(1) احسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم استنتج أن g تزايدية على $[0, +\infty[$ و تناقصية على $]-\infty, 0]$.

0,75

(2) بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من IR (لاحظ أن $g(0) = 0$) ثم استنتج أن $e^{-x} + x \geq 1$ لكل x من IR .

0,5

(II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو IR (يمكن استعمال نتيجة السؤال I (2)) .

0,5

(2) أ- بين أن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ لكل x من IR^* .

0,25

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم أول هندسيا هاتين النتيجةتين .

1,5

(3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكل x من IR .

0,75

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0,5

(4) أ- اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم .

0,5

ب- تحقق من أن : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ لكل x من IR ثم ادرس إشارة $x - f(x)$ على IR .

0,75

ج - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته هي : $y = x$.

0,25

(5) أنشئ (Δ) و (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$) .

1

(III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN .

(1) بين بالترجع أن $0 \leq u_n \leq 1$ لكل n من IN .

0,5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال II (4) ب) .

0,5

(3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

0,75