المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الاطر و ا لبحث العلمي قطاع التربية الوطنية	الإمتحان الوطني الموحد للباكالوريا (الدورة العادية : 2006) مادة الرياضيات	الشعب : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية مدة الإنجاز : 3 ساعات المعامل : 7

التمرين الأول: (نقطتان)

0.75 1) حل المعادلة التفاضلية : $y'' - 6y' + 9y = 0$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) : y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}$

0.75 أ - بين أن الدالة u المعرفة على IR بمايلي : $u(x) = x^2 e^{3x}$ هي حل خاص للمعادلة (E).

0.5 ب - أعط الحل العام للمعادلة (E).

التمرين الثاني : (أر بع نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}(1+i)z + 8i = 0$

نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة بحيث $Re(z_1) \succ Re(z_2)$

0.75 1) حدد z_1 و z_2 . (لاحظ أن : $(1-i)^2 = -2i$)

1 2) أ - بين أن : $z_1^2 = 4(\sqrt{3}+i)$ و $z_2 = i\overline{z_1}$.

0.25 ب - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $4(\sqrt{3}+i)$.

1 ج - آ ستنتج الشكل المثلثي لكل من العددين z_1 و z_2 .

1 3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي z_1 و z_2.

أحسب $\arg(\frac{z_2}{z_1})$ ثم آستنتج أ ن المثلث OAB متساوي أضلاع .

التمرين الثالث : (أربع نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ و المستوى (P) الذي معادلته : $x - y + 3z = 0$.

0.5 1) أ - تحقق من أن : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in IR)$ تمثيل بارامتري للمستقيم (OA) .

0.75 ب - حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) العمودي على المستقيم في النقطة A .

0.25 ج - تحقق من أن (P) يوازي المستوى (Q) .

2) نعتبر الفلكة (S) المماسة للمستوى (Q) في A و التي يقطعها المستوى (P) وفق الدائرة Γ التي مركزها O و شعاعها $\sqrt{33}$.

0.75	أ - بين أن $\Omega(a,b,c)$ مركز الفلكة (S) ينتمي إلى (OA) ثم آستنتج أن $b=-a$ و $c=3a$.
1.25	ب - بين أن : $\Omega A^2-\Omega O^2=33$ ثم آستنتج أن $a-b+3c=-11$.
0.5	ج - آستنتج إحداثيات Ω مركز الفلكة (S) ثم بين أن شعاعها يساوي $2\sqrt{11}$.

مسألة : (10نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بمايلي: $g(x)=\ln(1+x)-x$.

0.75	1) أ – أحسب $g'(x)$ لكل x من $]-1,+\infty[$ ثم بين أن الدالة g تناقصية قطعا على $[0,+\infty[$.
0.25	ب – آستنتج أن : $g(x)\le 0$ لكل x من $[0,+\infty[$.
0.5	2) بين أن: $0\prec \ln(1+x)\prec x$ لكل x من $]0,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 1cm)

0.5	1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو : $D=]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$.
0.5	2) أ - بين أن f دالة فردية .
0.5	ب - أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$
0.75	3) أ – بين أن : $\forall x\in D \quad f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$
0.5	ب - آستنتج تغيرات الدالة f على المجال $]1,+\infty[$.
0.25	4) أ - تحقق من أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C).
0.5	ب - أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ (يمكن ملاحظة أن : $\forall x\in D \quad \frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$)
0.25	ج - آستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .
1	5) أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\sqrt{3}\approx 1,7$ و $f(\sqrt{3})\approx 3$)
1.25	6) أ - بين أن : $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln 5-6\ln 3$ (يمكن آستعمال مكاملة بالأجزاء)
0.25	ب – آستنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها على التوالي : $x=2$ و $x=4$ و $y=x$.

III) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 2}$ المعرفة بما يلي : $u_n=f(n)-n$ لكل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$

0.25	1) أ – تحقق من أن $u_n=\ln\left(1+\frac{2}{n-1}\right)$ لكل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$.

0.75	ب - بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ تناقصية .
0.5	2) أ - بين أن $0 \prec u_n \prec \frac{2}{n-1}$ لكل n من $IN^* - \{1\}$. (يمكن آستعمال نتيجة السؤال I) 2) ( )
0.5	ب - أحسب : $\lim_{x\to+\infty} u_n$.