المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2005
(الدورة العادية)

المــادة : الرياضيات
الشعبة : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصيلة – العلوم الزراعية

- يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها وتمرينين ومسألة.
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

أسئلة

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة : $z^2-2(1+2i)z+1+4i=0$

2) بين أن : $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12}=1$

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^e x^2\ln x dx=\dfrac{2e^3+1}{9}$.

4) بين أن : $\int_2^4 \dfrac{dx}{x\sqrt{x-1}}=\dfrac{\pi}{6}$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x-1}$)

التمرين الأول

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم الفلكة S التي معادلتها $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=2$
والمستوى P الذي معادلته $x+y-3=0$.

1) بين أن المستوى P مماسس للفلكة S.
2) حدد مثلوث إحداثيات نقطة تماس P و S.

التمرين الثاني

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وسبع كرات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق. ليكن A و B الحدثين التاليين :

A : " الكرتان المسحوبتان لونهما أسود "

B : " من بين الكرتين المسحوبتين توجد على الأقل كرة لونها أبيض "

بين أن احتمال الحدث A يساوي $\dfrac{7}{15}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\dfrac{8}{15}$.

نعتبر التجربة العشوائية التالية : نسحب كرة واحدة من الصندوق، فإذا كانت بيضاء نتوقف عن السحب وإذا كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية وأخيرة من الصندوق..

ليكن C و D الحدثين التاليين :

C : " الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى "

D : " الحصول على كرة بيضاء "

أ- احسب احتمال الحدث C.

ب- بين أن احتمال الحدث D يساوي $\dfrac{8}{15}$.

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة الباكالوريا
دورة يونيو 2005
(الدورة العادية)

المــادة : الرياضيات
الشعبة : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصيلة – العلوم الزراعية

مسألة

الجزء الأول

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.

1) أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g.

ب- استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

2) أ- بين أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ب- بين أن : $(x-1)\ln x\geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

3) استنتج أن : $h(x)\succ 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (لاحظ أن : $f(x)=1+x\ln x.\left(1-\dfrac{\ln x}{x}\right)$).

2) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$.

3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,1)$.

أ- بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y=x$.

ب- تحقق من أن : $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ج- ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ).

4) أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و $1,5$).

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{e}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1\prec u_n\prec e$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3) ج- من الجزء الثاني).

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.