المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2009
الموضوع

الصفحة 1/2

C:RS22

المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة) أو المسلك:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى (P) الذي معادلته هي $2x+y+2z-13=0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ وشعاعها 3 .

0.75 1) أ- بين أن $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S).

0.75 ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

2) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P) .

0.75 أ- بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(-3,-6,6)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.

0.75 ب- احسب $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

0.5 أ- احسب $\dfrac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .

0.5 ب- بين أن العدد $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه B ونسبته $\dfrac{3}{2}$.

1 ج- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\dfrac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\dfrac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\left(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}\right)$ وأن $PA=\sqrt{2}\,PD$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين. (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

0.5 1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1.5 2) بين أن : $P(X=0)=\dfrac{1}{36}$ و $P(X=1)=\dfrac{7}{18}$.

1 3) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=\dfrac{1+4u_n}{7-2u_n}$ لكل n من IN .

1 | 1) تحقق من أن $1-u_{n+1}=\dfrac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن $1-u_n>0$ لكل n من IN .

2) نضع : $v_n=\dfrac{2u_n-1}{u_n-1}$ لكل n من IN .

1 | أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{5}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 | ب- بين أن : $u_n=\dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^n-1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n-2}$ لكل n من IN واستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (2 ن)

1 | 1) حدد الدوال الأصلية للدالة $x\mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$ على IR وتحقق من أن : $\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}}2x(x^2-1)^{2009}dx=\frac{1}{2010}$.

1 | 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^2(2x+1)\ln(x+1)dx=6\ln 3-2$.

التمرين السادس (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 | 1) أ- تحقق من أن : $f(x)=x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$ لكل x من IR .

1 | ب- بين أن الدالة f زوجية وأن $f(x)-x=\dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ لكل x من IR .

1 | ج - بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}=0$ ثم استنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5 | 2) بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (D) على المجال $[0,+\infty[$.

1 | 3) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ لكل x من IR وتحقق من أن : $f'(0)=0$.

0.5 | ب- بين أن : $e^{4x}-1\geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ ثم استنتج أن $e^{4x}-1+4xe^{2x}\geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$.

0.5 | ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0,+\infty[$

1 | 4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب) .