C: RS22

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة الاستدراكية 2008-
الموضوع

المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3س

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$ | 1

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a=4+i$ و $b=8+3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة Ω التي لحقها هو $\omega=1+2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$.

أ- بين أن : $z'=-iz-1+3i$ | 0,75

ب- تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c=-i$. | 0,5

ج- بين أن : $b-c=2(a-c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية . | 0,75

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،المستوى (P) الذي معادلته هي $x+2y+z-1=0$ والفلكة (S) التي معادلتها هي : $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $I(2,3,-1)$ وأن شعاعها هو 3 . | 0,75

2) أ- بين أن مسافة النقطة I عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$. | 0,5

ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها هو $\sqrt{3}$. | 0,75

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على (P) . | 0,5

ب – بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1,1,-2)$. | 0,5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)

نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .

1) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء ؟ | 1

2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$. | 1

3) ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟ | 1

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1 | 1) بين أن : $u_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) نضع : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1 | أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 | ب- بين أن : $u_n = \dfrac{2}{2 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

مسألة (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{2x} - 2x$.

1 | 1) احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,0]$.

0,75 | 2) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g(0) = 1$) .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2x\right)$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

0,5 | 1) أ- بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

0,25 | ب- تحقق من أن $\dfrac{f(x)}{x} = \left(\dfrac{e^{2x}}{x} - 2\right)\dfrac{\ln\left(e^{2x} - 2x\right)}{e^{2x} - 2x}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$.

0,5 | ج- بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{\ln t}{t} = 0$) .

0,25 | د- استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,75 | 2) أ- لكل x من $]0,+\infty[$ ، تحقق من أن $1 - \dfrac{2x}{e^{2x}} > 0$ وأن $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \dfrac{2x}{e^{2x}}\right)$.

0,5 | ب- استنتج أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{u \to +\infty} \dfrac{e^u}{u} = +\infty$) .

0,5 | ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0,75 | د- بين أن : $f(x) - 2x \leq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $]0,+\infty[$.

0,75 | 3) أ- بين أن : $f'(x) = \dfrac{2\left(e^{2x} - 1\right)}{g(x)}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

0,5 | ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1 | 4) أنشئ (D) و (C) في المعلم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف) .