المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2009
الموضوع

C:NS22

| | | | |
|---|---|---|---|
| المادة: | الرياضيات | المعامل: | 7 |
| الشعب(ة) أو المسلك: | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها | مدة الإنجاز: | 3 |

**يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .**

## التمرين الأول ( 3 ن )

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(-2,2,8)$ و $B(6,6,0)$ و $C(2,-1,0)$ و $D(0,1,-1)$ و $(S)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ .

0.75 | 1) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}$ واستنتج أن $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(OCD)$.

0.5 | 2) تحقق من أن $(S)$ هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2,4,4)$ وشعاعها 6 .

0.5 | 3) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega$ عن المستوى $(OCD)$ .

0.5 | ب- استنتج أن المستوى $(OCD)$ مماس للفلكة $(S)$ .

0.75 | ج- تحقق من أن : $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة $O$ هي نقطة تماس الفلكة $(S)$ والمستوى $(OCD)$ .

## التمرين الثاني ( 3 ن)

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط $A$ و $B$ و $C$ التي ألحاقها على التوالي هي : $a=2-2i$ و $b=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$ .

1 | 1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين $a$ و $b$ .

2) نعتبر الدوران $R$ الذي مركزه النقطة $O$ وزاويته $\dfrac{5\pi}{6}$ .

0.75 | أ- ليكن $z$ لحق نقطة $M$ من المستوى العقدي و $z'$ لحق النقطة $M'$ صورة $M$ بالدوران $R$ .
بين أن : $z'=bz$

0.5 | ب- تحقق من أن النقطة $C$ هي صورة النقطة $A$ بالدوران $R$ .

0.75 | 3) بين أن : $\arg c\equiv\arg a+\arg b\,[2\pi]$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي $c$ .

## التمرين الثالث ( 3 ن )

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الصندوق .

1.5 | 1) نعتبر الحدثين التاليين :
$A$ :" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و $B$ :" الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى ".
بين أن : $P(A)=\dfrac{3}{44}$ و $P(B)=\dfrac{3}{11}$ .

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .

0.25 | أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي $X$ .

1.25 | ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ و احسب الأمل الرياضي $E(X)$ .

**التمرين الرابع ( 2 ن )**

**نضع :** $I=\int_{-2}^{-1}\frac{x}{x+3}dx$ و $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)dx$ .

0.25 **1) أ- تحقق من أن :** $\frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$ **لكل عدد حقيقي** $x$ **يخالف** $-3$ .

0.75 **ب- بين أن :** $I=1-3\ln 2$ .

1 **2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :** $J=-I$ .

**مسألة ( 9 ن )**

**نعتبر الدالة العددية** $f$ **للمتغير الحقيقي** $x$ **بحيث :** $f(x)=2\ln\left(e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2\right)$

$(C)$ **يرمز للمنحنى الممثل للدالة** $f$ **في معلم متعامد ممنظم** $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

0.75 **I ) 1) تحقق من أن :** $e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2=\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)^{2}+1$ **لكل** $x$ **من** $I\!R$ **ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة** $f$ **هي** $I\!R$ **وأن :** $(\forall x\in I\!R)\ 1-\frac{2}{\sqrt{e^{x}}}+\frac{2}{e^{x}}>0$ .

0.75 **2) احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ **ثم بين أن :** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\ln 4$ **و أول هذه النتيجة هندسيا .**

1 **3) أ- بين أن :** $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^{x}}\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)}{\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)^{2}+1}$ **لكل** $x$ **من** $I\!R$ **وتحقق من أن** $f'(0)=0$ .

1 **ب- ادرس إشارة** $\sqrt{e^{x}}-1$ **على** $I\!R$ **واستنتج أن الدالة** $f$ **تزايدية على المجال** $[0,+\infty[$ **وتناقصية على المجال** $]-\infty,0]$ .

0.25 **4) أ- تحقق من أن :** $f(x)=2x+2\ln\left(1-\frac{2}{\sqrt{e^{x}}}+\frac{2}{e^{x}}\right)\ \ (\forall x\in I\!R)$ .

0.5 **ب- بين أن المستقيم** $(D)$ **الذي معادلته** $y=2x$ **مقارب للمنحنى** $(C)$ **بجوار** $+\infty$ .

0.25 **5) أ- تحقق من أن :** $e^{x}-3\sqrt{e^{x}}+2=\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)\left(\sqrt{e^{x}}-2\right)$ **لكل** $x$ **من** $I\!R$ .

0.5 **ب- ادرس إشارة كل من** $\sqrt{e^{x}}-2$ **و** $\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)\left(\sqrt{e^{x}}-2\right)$ **على** $I\!R$ .

0.25 **ج-استنتج أن :** $e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2\le\sqrt{e^{x}}$ **لكل** $x$ **من المجال** $[0,\ln 4]$ .

0.5 **د- بين أن :** $f(x)\le x$ **لكل** $x$ **من المجال** $[0,\ln 4]$ .

0.75 **6) أنشئ المنحنى** $(C)$ **( نقبل أن للمنحنى** $(C)$ **نقطتي انعطاف أفصول إحداهما أصغر من** $1$ **و أفصول الأخرى أكبر من** $2$ **تحديدهما غير مطلوب ونأخذ** $\ln 4\simeq 1,4$ **) .**

**II) لتكن** $(u_n)$ **المتتالية العددية المعرفة بما يلي :** $u_0=1$ **و** $u_{n+1}=f(u_n)$ **لكل** $n$ **من** $I\!N$ .

**يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة** $f$ .

0.75 **1) بين أن :** $0\le u_n\le\ln 4$ **لكل** $n$ **من** $I\!N$ .

0.75 **2) بين أن المتتالية** $(u_n)$ **تناقصية .**

1 **3) استنتج أن المتتالية** $(u_n)$ **متقاربة وحدد نهايتها .**