الثانوية التأهيلية عبد الكريم الخطابي أكادير	فرض منزلي رقم 3	الثانية علوم الحياة والأرض 4 و 5 الأستاذ : عبد العزيز حمداوي

التمرين 1

1) حدد نهاية المتتالية الحسابية (u_n) التي حدها الأول $u_0 = 2$ و أساسها $r = -3$.

2) حدد نهاية المتتالية الهندسية (v_n) التي حدها الأول $v_1 = \frac{-1}{2}$ و أساسها $q = \frac{1}{2}$.

التمرين 2

نعتبر المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \; ; \quad 0 \le \alpha \le \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n - u_n^2} \end{cases}$$

1) اعط جدول تغيرات الدالة المعرفة على المجال $I = [0;1]$ بما يلي : $f(x) = \sqrt{x - x^2}$

2) استنتج أن لكل x من I لدينا $0 \le f(x) \le \frac{1}{2}$.

3) نفترض أن : $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

أ) بين أن : $0 < u_n < \frac{1}{2}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب) أحسب u_0 و u_1 بدلالة α وقارنهما .

ت) أدرس رتابة المتتالية u_n .

ث) استنتج أن (u_n) متقاربة .

4) بين أنه إذا كان $\alpha = 0$ أو $\alpha = \frac{1}{2}$ فإن (u_n) متتالية ثابتة .

5) حدد نهايات المتتالية (u_n) بحسب قيمة α .

التمرين 3

نعتبر المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = a \in \mathbb{R} \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n} \; ; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

I) الجزء الأول : نفترض أن : $a = \frac{1}{8}$

1) إعط جدول تغيرات الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x}$ على $[0;+\infty[$ واستنتج أن $f\left([0;1[\right) \subset [0;1[$

2) بين أن $0 < u_n < 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

3) بين أن (u_n) تزايدية واستنتج (u_n) أن متقاربة .

4) بين أن : $\lim u_n = 1$

II) الجزء الثاني : نفترض أن : $a = 8$

1) بين أن $u_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) أدرس رتابة (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة .

3) باستعمال العلاقة : $\sqrt[3]{u_n} - 1 = \frac{u_n - 1}{\left(\sqrt[3]{u_n}\right)^2 + \sqrt[3]{u_n} + 1}$

بين أن : $0 < u_{n+1} - 1 < \frac{1}{3}(u_n - 1)$ لكل n من $\mathbb{N}$

4) استنتج أن $|u_{n+1} - 1| < \frac{1}{3^n}|u_0 - 1|$ واحسب $\lim u_n$

يرجع يوم 2011/01/05