

التمرين 1

(A) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = \ln(x+1) - \ln x - \frac{1}{x+1} + 1$

(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$.

(2) بين أن $g'(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2}$ لكل x من $]0; +\infty[$ واستنتج منحنى تغيرات g على $]0; +\infty[$.

(3) استنتج أن : $\forall x \in]0; +\infty[\quad g(x) > 0$

(B) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة على \mathbb{R} ب :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + x + 1 & ; x > 0 \\ f(x) = (1-x)e^x & ; x \leq 0 \end{cases}$$

و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أ) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا.

ج) بين أن f متصلة في 0 .

(2) أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين و على اليسار في 0 ثم أول النتيجتين هندسيا.

(3)

أ) بين أن : $f'(x) = g(x)$ و $\forall x \in]0; +\infty[$ وأن $f'(x) = -xe^x$ و $\forall x \in]-\infty; 0[$

ب) إعط جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن النقطة A ذات الأفضول -1 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

(5) بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(6) أنشئ المنحنى (C_f) .

نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$ و $\ln 3 \approx 1,1$ و $e^{-1} \approx 0,37$ و $e^{-2} \approx 0,14$ و $e^{-3} = 0,05$

التمرين 2

نعتبر النقط A و B و I التي ألحاقها على التوالي : $z_A = 3 + 2i$ و $z_B = -3$ و $z_I = 1 - 2i$

(1) مثل النقط A و B و I (وحدة القياس $1cm$).

(2) أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $Z = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$. ماذا تستنتج بالنسبة للمثلث IAB ؟

(3) أحسب z_C لحق النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2

(4) أ) ليكن D مرجح النقط المترنة $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,1)$. أحسب z_D لحق النقطة D .

ب) أثبت أن $ABCD$ مربع.

التمرين 3

(1) أ) حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$. نرسم z_1 إلى حل المعادلة بحيث $\text{Im}(z_1) > 0$ و z_2 إلى الحل الآخر.

ب) حدد معيار و عمدة كل من z_1 و z_2 .

ج) أكتب على الشكل المثلثي العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$

(2) أكتب على الشكل الأسّي كلا من الأعداد التالية : (حيث $\theta \in \mathbb{R}$)

$z_1 = \cos \frac{\pi}{7} - i \sin \frac{\pi}{7}$ و $z_2 = -\cos \theta - i \sin \theta$ و $z_3 = \sin \theta + i \cos \theta$ و $z_4 = -\cos \theta + i \sin \theta$