التمرين الأول

$(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ متتاليتان عدديتان معرفتان كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = e \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = e\sqrt{u_{n-1}} \end{cases} \quad \text{و} \quad \forall n \in \mathbb{N} \ , \ v_n = \ln(u_n) - 2$$

1) a) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

b) بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n = e^{(2+v_n)}$ ثم احسب u_n بدلالة n

2) a) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots v_n$

b) استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = u_0 u_1 u_2 \times \ldots \times u_n$

(يمكن حساب $\ln(P_n)$).

التمرين الثاني

I- نعتبر الدالة العددية g لمتغير حقيقي حيث : $g(x) = 1 - x + \ln(x)$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) حدد إشارة $g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_+^* - \{1\}$

II- لتكن f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x}\ln(x) - x; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) ادرس اتصال وقابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0 .

2) أ- بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \ , \ f(x) = x\left(\frac{2\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - 1\right)$ ثم حدد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- ادرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f .

3) أ- بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \ , \ f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} g(\sqrt{x})$

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة f .

4) ارسم (C) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب ل م.م.م. $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (لاحظ أن $f'(1) = 0$)