مراجعة (امتحانات وطنية سابقة) الدوال اللوغاريتمية www.0et1.com

مسألة 2003

الجزء الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 .

3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0,1]$ وتزايدية على المجال $[1,+\infty[$.

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

الجزء الثالث

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\ln\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ ($\ln$ هي دالة الوغاريتم النبيري).

وليكن (C) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C).

2) ادرس تغيرات الدالة g (نقبل أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x\succ0}}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=-\infty$).

3) أنشئ المنحنى (C).

4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

مسألة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,2[$ بما يلي : $f(x)=\ln\left(\dfrac{x}{2-x}\right)$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x\succ0}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x\prec2}} f(x)$

ب- بين أن $f'(x)=\dfrac{2}{x(2-x)}$ لكل x من المجال $]0,2[$.

ج- اعط جدول تغيرات الدالة f .

2) أ- بين أن النقطة $A(1,0)$ مركز تماثل المنحنى (C).

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة $A(1,0)$.

3) نضع $\varphi(x)=f(x)-x$ لكل x من المجال $]0,2[$.

أ- بين أن $\varphi\left(\dfrac{3}{2}\right)\prec0$ و $\varphi\left(\dfrac{7}{4}\right)\succ0$. (نأخذ $\ln3\approx1,1$ و $\ln7\approx1,94$)

ب- استنتج أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا α بحيث $\dfrac{3}{2}\prec\alpha\prec\dfrac{7}{4}$ وأول النتيجة مبيانيا.

التمرين الخامس دورة يونيو 2004 **www.0et1.com**

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f\left(x\right)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

و $\left(C\right)$ هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

(1 أ- تحقق من أن : $x^2-2x+2=\left(x-1\right)^2+1$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$.

(2 بين أن : $f\left(2-x\right)=f\left(x\right)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x=1$ محور تماثل المنحنى $\left(C\right)$.

(3 أ- تحقق من أن : $f\left(x\right)=2\ln\left(x\right)+\ln\left(1-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}\right)$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$.

ب- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f\left(x\right)}{x}=0$ ثم أول هذه النتيجة.

(4 أ- بين أن : $f'\left(x\right)=\frac{2\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)^2+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

(5 أ- بين أن : $f''\left(x\right)=\frac{2x\left(2-x\right)}{\left[\left(x-1\right)^2+1\right]^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- ادرس تقعر المنحنى $\left(C\right)$.

(6 أنشئ المنحنى $\left(C\right)$.

(7 ليكن h قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده.

ب- حدد $h^{-1}\left(x\right)$ لكل x من J.

(4

التمرين الثالث **marrakech1994**

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي حيث :
$$\begin{cases} f\left(x\right)=\frac{x^2}{\ln x};x\succ 0 \\ f\left(0\right)=0 \end{cases}$$

(1 حدد D مجموعة تعريف الدالة f

(2 بين أن f متصلة على اليمين في النقطة 0

(3 احسب نهايات f عند محدات D

(4 a) ادرس قابلية اشتقاق f في النقطة 0 على اليمين

b) بين أنه لكل x من $]0,1[\cup]1,+\infty[$ فإن : $f'\left(x\right)=\frac{x\left(-1+2\ln x\right)}{\left(\ln x\right)^2}$

c) اعط جدول تغيرات الدالة f .

(5 ليكن $\left(C\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى $\left(C\right)$

(6 ارسم $\left(C\right)$ (نأخذ $\sqrt{e}\approx 1,6$).

مسألة 2005 www.0et1.com

الجزء الأول

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.

1) أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g .

ب- استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

2) أ- بين أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ب- بين أن : $(x-1)\ln x\geq 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

3) استنتج أن : $h(x)\succ 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (لاحظ أن :

$f(x)=1+x\ln x.\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)$).

2) أ- بين أن $f'(x)=\frac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$.

3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,1)$.

ب-بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y=x$.

ت-تحقق من أن : $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ج- ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ).

4) أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و $1,5$).

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{e}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1\prec u_n\prec e$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3) ج- من الجزء الثاني).

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.