مسألة2003-العادية www.0et1.com

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\ln\left(1-x^3\right) & \text{إذا كان } x\prec 0 \\ f(x)=4x\sqrt{x}-3x^2 & \text{إذا كان } x\geq 0 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- بين أن الدالة f متصلة في النقطة 0 .

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة 0 (نذكر بأن $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(1+t)}{t}=1$).

2) بين أن الدالة f تناقصية على المجالين $]-\infty,0[$ و $]1,+\infty[$ وتزايدية على المجال $[0,1]$.

3) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب- تحقق من أنه لكل $x\prec 0$ ، $\dfrac{f(x)}{x}=3\dfrac{\ln(-x)}{x}+\dfrac{\ln\left(1-x^{-3}\right)}{x}$.

ج- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C).

4) أنشئ المنحنى (C).

5) ليكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $]-\infty,0[$ نحو مجال J يجب تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

6) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=\dfrac{4}{9}$ و $u_{n+1}=4u_n\sqrt{u_n}-3u_n^2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

أ- بين بالترجع أن $\dfrac{4}{9}\leq u_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية.

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

مسألة2003 الاستدراكية www.0et1.com

الجزء الأول

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 .

3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0,1]$ وتزايدية على المجال $]1,+\infty[$.

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1\leq u_n\leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

www.0et1.com

الجزء الثالث

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\ln\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$ ($\ln$ هي دالة الوغاريتم النبيري).

وليكن (C) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C).

2) ادرس تغيرات الدالة g (نقبل أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{g(x)-g(0)}{x}=-\infty$).

3) أنشئ المنحنى (C).

4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

التمرين الخامس2004 الاستداكية www.0et1.com

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln\left(x^2-2x+2\right)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ- تحقق من أن : $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- استنتج أن f معرفة على $\mathbb{R}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بين أن : $f(2-x)=f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x=1$ محور تماثل المنحنى (C).

3) أ- تحقق من أن : $f(x)=2\ln(x)+\ln\left(1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{x^2}\right)$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$.

ب- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ ثم أول هذه النتيجة.

4) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{2(x-1)}{(x-1)^2+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

5) أ- بين أن : $f''(x)=\dfrac{2x(2-x)}{\left[(x-1)^2+1\right]^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ب- ادرس تقعر المنحنى (C).

6) أنشئ المنحنى (C).

7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من J .

www.0et1.com