تمرين-1-

نعتبر المتتاليتان (u_n) و (v_n) المعرفتان بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$ و $u_{n+1}=\sqrt{u_n}$, $\forall n\geq 0$ و $u_0=9$

1) a- أحسب u_0 و u_1 و u_2 و v_0 و v_1 و v_2

b- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها.

c- أكتب v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim v_n$

2) a- أحسب u_n بدلالة v_n

b- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

تمرين-2-

لتكن f الدالة العددية ذات متغير حقيقي والمعرفة على $]1,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=-x+4+\ln\dfrac{x+1}{x-1}$

المستوى P منسوب إلى معلم م م $(O,\vec{i},\vec{j})$. ℓ هو المنحنى الممثل للدالة f

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ 1<x}} f(x)$

2) بين أن لكل x من $]1,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$

ثم اعط جدول تغيرات f

3) a- بين أن المستقيم $D(y=-x+4)$ مقارب ل ℓ_f بجوار $+\infty$

b- بين أن : $\forall x\in]1,+\infty[$; $\dfrac{x+1}{x-1}\succ 1$

ثم استنتج الوضع النسبي ل (ℓ_f) و (D)

4) بين أنه في المجال $[4,5]$ المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا

5) أنشئ (ℓ_f)

6) a- لتكن h الدالة المعرفة على $]1,+\infty[$ ب : $h(x)=\ln\dfrac{x+1}{x-1}$

بين أن الدالة H المعرفة على $]1,+\infty[$ ب : $H(x)=(x+1)\ln(x+1)-(x-1)\ln(x-1)$ هي دالة أصلية للدالة h على المجال $]1,+\infty[$

b- أحسب مساحة السطح المحصور بين (ℓ_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمان $(x=2)$ و $(x=3)$

تمرين-3-

A- نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-x}+\ln\left|1-\dfrac{1}{x}\right|$

1) حدد حيز تعريف الدالة g

2) أحسب : $g\left(\dfrac{1}{3}\right)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

3) اعط جدول تغيرات الدالة g . (دون حساب نهايات g عند 0 و 1)

4) استنتج مما سبق أن :

لكل x من $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ فإن $g(x)\succ 0$

لكل x من $]0,1[$ فإن $g(x)\prec 0$

www.0et1.com

B- نعتبر الدالة العددية f المعرفة كا يلي : $f(x)=x+(x+1)\ln\left|1-\frac{1}{x}\right|$

1) أ- بين أن : $\lim\limits_{|x|\to+\infty}(x+1)\ln\left(1-\frac{1}{x}\right)=-1$

ب- أحسب نهايات الدالة f عند محدات حيز تعريفها D

2) أ- بين أن لكل x من D ، $f'(x)$ لها نفس إشارة $g(x)$

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f .

3) ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

أ- بين ان المستقيم ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب للمنحنى (C).

ب- أدرس تقعر المنحنى (C) محددا نقطة انعطافه.

ج- اعط قيم مقربة ل : $f(-1)$; $f\left(-\frac{1}{2}\right)$; $f\left(\frac{1}{3}\right)$; $f(2)$ ، علما أن $\ln 3\simeq 1,1$; $\ln 2\simeq 0,7$.

د- أنشئ المنحنى (C)

تمرين-4-

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x)=1+\ln(x(2-x))$

وليكن (ℓ) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة القياس $4cm$)

I- 1) a- بين أن حيز تعريف f : D هو $]0,2[$

b- اعط جدول تغيرات f

2) a- بين أن المستقيم ذو المعادلة $(x=1)$ محور تماثل ل (ℓ)

b- حدد نقط تقاطع (ℓ) ومحور الأفاصيل ; نرمز ب x_0 لأصغر أفصول لنقط هذا التقاطع

3) لتكن φ الدالة المعرفة على $]0,2[$ ب : $\varphi(x)=f(x)-x$

a- اعط جدول تغيرات φ

b- استنتج أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلين أحدهما هو 1 والآخر α حيث $x_0\prec\alpha\prec 0,3$ وأن :

$\ln(\alpha(2-\alpha))=\alpha-1$

c- حدد إشارة $\varphi(x)$ ثم استنتج الوضع النسبي ل (ℓ) والمستقيم $(\Delta):y=x$

4) أنشئ (ℓ) و (Δ) (خذ $x_0\simeq 0,2$)

5) لتكن g قصور الدالة f على $I=]0,1[$

a- بين أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

b- أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

c- أنشئ (ℓ') المنحنى الممثل للدالة g^{-1} في نفس المعلم