اتصال دالة عددية

f متّصلة في a $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a+} f(x)=\lim\limits_{x\to a-} f(x)=f(a)$.

f متّصلة على اليمين في $a \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a+} f(x)=f(a)$

f متّصلة على اليسار في $a \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a-} f(x)=f(a)$

صورة مجال بدالة متّصلة هو مجال.

$f([a,b])=[m,M]$ حيث $m=\underset{x\in[a,b]}{Min} f(x)$ و $M=\underset{x\in[a,b]}{Max} f(x)$

f متّصلة على المجال $[a,b]$ إذا كانت متّصلة في كلّ نقطة من $]a,b[$ و متّصلة على اليمين في a و متّصلة على اليسار في b.

المجال I	المجال $f(I)$: f تزايدية قطعاً على I	المجال $f(I)$: f تناقصية قطعاً على I
$[a,b]$	$[f(a),f(b)]$	$[f(b),f(a)]$
$[a,b[$	$[f(a),\lim\limits_{x\to b-} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b-} f(x),f(a)]$
$]a,b]$	$]\lim\limits_{x\to a+} f(x),f(b)]$	$[f(b),\lim\limits_{x\to a+} f(x)[$
$]a,b[$	$]\lim\limits_{x\to a+} f(x),\lim\limits_{x\to b-} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b-} f(x),\lim\limits_{x\to a+} f(x)[$
$[a,+\infty[$	$[f(a),\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to +\infty} f(x),f(a)]$
$]-\infty,b]$	$]\lim\limits_{x\to -\infty} f(x),f(b)]$	$[f(b),\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)[$

مجموع و جداء و خارج دوال متّصلة، هي دوال متّصلة، مع مراعاة مجال الاتصال و مجموعة التعريف.

الدوال الحدودية و الجذرية و اللاّجذرية متّصلة على مجموعة تعريفها.

الدالة $x\mapsto\sqrt{x}$ متّصلة على $\mathbb{R}^+$

f دالة عددية و I مجال ضمن D_f . g دالة عددية و J مجال ضمن D_g بحيث: $f(I)\subset J$.

$\{$ الدالة f متصلة على I و الدالة g متصلة على J $\} \Rightarrow \{$ الدالة $g\circ f$ متّصلة على I $\}$

$x\xrightarrow{f} f(x)\xrightarrow{g} g(f(x))$.

$(x\in D_{g\circ f}) \Leftrightarrow (x\in D_f$ و $f(x)\in D_g)$

$(x\in D_{f\circ g}) \Leftrightarrow (x\in D_g$ و $g(x)\in D_f)$

مبرهنة القيم الوسيطة: f متّصلة على $[a,b]$. لكلّ λ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، يوجد على الأقلّ عنصر c من $[a,b]$ بحيث $f(c)=\lambda$.

f متّصلة على $[a,b]$ و $f(a)\times f(b)<0$ $\Rightarrow$. المعادلة $f(x)=0$ تقبل **على الأقل** حلاّ في المجال $]a,b[$

f متّصلة و **رتيبة قطعا** على $[a,b]$ و $f(a)\times f(b)<0$ $\Rightarrow$. المعادلة $f(x)=0$ تقبل **حلاّ وحيداً** في المجال $]a,b[$

إذا كانت f متّصلة و رتيبة قطعاً على مجال I فإنّ لها دالة عكسية f^{-1} معرّفة على المجال $J=f(I)$.

$f:I\to J$. الدالة $f^{-1}:J\to I$ دالة متّصلة على $f(I)$ و لها نفس منحى تغيّرات f .

التمثيلان المبيانيان للدالتين f و f^{-1} في معلم متعامد ممنظم متماثلان بالنّسبة للمستقيم ذي المعادلة: $y=x$.

$$\left.\begin{array}{l} f^{-1}(x)=y \\ x\in f(I)\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} f(y)=x \\ y\in I\end{array}\right.$$

$\forall x\in I:\ f^{-1}\circ f(x)=x$

$\forall x\in f(I):\ f\circ f^{-1}(x)=x$

نهاية f	نهاية g	نهاية $f+g$	نهاية $f\times g$	نهاية $\frac{f}{g}$
$+\infty$.	$+\infty$.	$+\infty$.	$+\infty$.	شكل غير محدّد
$+\infty$.	$-\infty$.	شكل غير محدّد	$-\infty$.	
$-\infty$.	$+\infty$.	شكل غير محدّد	$-\infty$.	
$-\infty$.	$-\infty$.	$-\infty$.	$+\infty$.	
$+\infty$ $-\infty$	0 .	$+\infty$ $-\infty$	شكل غير محدّد	شكل غير محدّد
0 .	$+\infty$ $-\infty$	$+\infty$ $-\infty$	شكل غير محدّد	0 .
$\ell\ (\neq 0)$	$+\infty$ $-\infty$	$+\infty$ $-\infty$	∞ . حسب إشارة ℓ	0 .
$+\infty$ $-\infty$	$\ell\ (\neq 0)$	$+\infty$ $-\infty$	∞ . حسب إشارة ℓ	∞ حسب إشارة ℓ
ℓ .	ℓ' .	$\ell+\ell'$.	$\ell\times\ell'$.	$\frac{\ell}{\ell'}\ (\ell'\neq 0)$

نهاية f	نهاية $\frac{1}{f}$
0^+ .	$+\infty$.
0^- .	$-\infty$.

نهاية f	نهاية $\sqrt{f}$
$+\infty$.	$+\infty$.
$\ell\ (\geq 0)$	$\sqrt{\ell}$.

$n\in\mathbb{N}^*$: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n=+\infty$

n زوجي: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=+\infty$

n فردي: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=-\infty$

الأشكال غير المحدّدة
$(+\infty)+(-\infty)$
$(0)\times(\infty)$
$\frac{(0)}{(0)}$ و $\frac{(\infty)}{(\infty)}$

بالتوفيق

الشّكل $\frac{\ell}{(0)}$; $\ell\neq 0$ يحدّد بدراسة إشارة المقام على اليمين و على اليسار.