مسألة

الجزء الأول

1) نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E_1): y''-2y'+y=0$

a- حل المعادلة التفاضلية (E_1)

b- حدد الحل الخاص f للمعادلة (E_1) والذي يحقق $f(0)=4$ و $f(1)=3e$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E_2): y''-2y'+y=2e^x$

بين أن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x)=(x^2-5x+7)e^x$ حلا للمعادلة (E_2)

الجزء الثاني

1) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=(-x+4)e^x$

a- أحسب نهايتي f عند $+\infty$ و $-\infty$ (لاحظ أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^*\ ,\ f(x)=xe^x\left(-1+\frac{4}{x}\right)$

b- أدرس تغيرات f ثم اعط جدول تغيراتها

c- أنشئ (ℓ_f) في المستوى المنسوب إلى م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$

2) أحسب التكامل : $\int_1^3(-t)e^t dt$

واستنتج قيمة I حيث $I=\int_1^3 f(t)dt$

الجزء الثالث

1) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=(x^2-5x+7)e^x$

a- أحسب نهايتي $g(x)$ عند $+\infty$ و $-\infty$

b- أدرس تغيرات g على $\mathbb{R}$ ثم اعط جدول تغيرات g

2) a- حدد نقط تقاطع (ℓ) و (Γ) حيث (Γ) هو المنحنى الممثل للدالة g.

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (ℓ) و (Γ)

b- أنشئ (Γ)

3) أحسب التكامل $J=\int_1^3 g(t)dt$

(لاحظ أن $g(t)=-g''(t)+2g'(t)+2e^t$)

4) أعط تأويلا هندسيا للعددين I و J

ثم استنتج مساحة الحيز المحصور بين (ℓ) و (Γ)

تمرين -1-

لتكن (u_n) نعتبر المتتالية العددية حيث : $u_0=0$ و $\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ u_{n+1}=2u_n+3^n$

1- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$ $u_n\geq 0$، ثم ادرس رتابة المتتالية (u_n).

2- نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=3^n-u_n$

a- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2

b- احسب v_n ثم u_n بدلالة n

c- احسب نهاية (u_n)

d- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

تمرين-2-

في مجتمع ما 15 % من الأشخاص مصابون بمرض M_1. ومن بين هؤلاء 20% مصابون أيضا بمرض M_2، ومن بين الأشخاص غير المصابين بالمرض M_1 يوجد 4% مصابون بالمرض M_2.

1) اخترنا عشوائيا شخصا من هذا المجتمع، نعتبر الحدثين A و B .

A « الشخص مصاب بالمرض M_1 ». B « الشخص مصاب بالمرض M_2 »

a- أحسب $P(A)$ و $P_A(B)$ و $P_{\bar{A}}(B)$

b- أحسب $P(A\cap B)$ و $P(B\cap\bar{A})$ ثم استنتج $P(B)$

c- أحسب $P_B(A)$

2) نختار الآن 10 أشخاص من هذا المجتمع.

ليكن X عدد الأشخاص المصابين بالمرضين M_1 و M_2

a- اعط قانون احتمال X

b- ماهو الاحتمال لكي يكون على الأكثر شخصان مصابين بالمرضين M_1 و M_2

تمرين-3-

الفضاء ξ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر في (ξ) الفلكة (S) ذات المعادلة : $x^2+y^2+z^2-1=0$ ، والنقطتين $A(0,0,1)$ و $B(0,0,-1)$

1) a- بين أن $[AB]$ قطر للفلكة (S)

b- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في النقطة B

2) نعتبر في ξ المستوى (Q) ذي المعادلة $x\cos\theta+y\sin\theta+1=0$, حيث $-\pi\le\theta\prec\pi$

a- بين أن (Q) مماس للفلكة (S) في النقطة $K(-\cos\theta,-\sin\theta,0)$

b- بين أن (Q) عمودي على (P)

c- حدد مجموعة النقط K عندما يتغير θ في المجال $[-\pi,\pi[$

تمرين 4:

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E)\ :\ z^2-4iz-4(1+i)=0$

نرمز ب z_1 و z_2 لحل المعادلة (E) بحيث $\Re e(z_1)\succ 0$

1- بين أن مميز المعادلة (E) هو : $\Delta=\left[2\sqrt{2}(1+i)\right]^2$. ثم حدد z_1 و z_2

2- نضع $a=2i$ و $b=\sqrt{2}(1+i)$

تحقق أن $z_1=a+b$ و $z_2=a-b$. و اكتب a و b على الشكل ألمثلثي

3- نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و z_1

أ) مثل النقط A و B و C و تحقق أن $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ و $OA=OB$

ب) أستنتج أن $OBCA$ معين و أن $\arg(z_1)\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$