

## فرض 2 2008/2009 الدورة الثانية

( يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة )

التمرين الأول(3نقط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

(1) أ- بين أن  $0 < u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية.

ج- استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة.

(2) أ- بين أن  $u_{n+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

ب- استنتاج أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$

التمرين الثاني(4نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية :  $0 = z^2 - 2z + 1$

(1) أ- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E)$ .

ب- اكتب الحلول  $z_1$  و  $z_2$  على الشكل المثلثي.

(2) في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد منمنظم  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $S$  التي أحقها على التوالي هي :

$$s = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \quad b = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \quad a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

أ- أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي :  $\frac{a-s}{b-s}$ .

ب- استنتاج أن المثلث  $SAB$  متساوي الساقين وقائم الزاوية في  $S$ .

ج- بين أن الرباعي  $OASB$  مربع.

التمرين الثالث(4نقط)

يحتوي كيس  $U_1$  على بيدقتين تحملن الرقم 1 ، وعلى أربع بيدقات تحمل الرقم 2 ( لا يمكن اللمس التمييز بينها باللمس ).

ويحتوي كيس  $U_2$  على ثلاثة كرات حمراء وأربع كرات خضراء ( لا يمكن التمييز بينها باللمس كذلك ).

نسحب عشوائياً بيدقة واحدة من الكيس  $U_1$ .

(1) احسب احتمال الحدين التاليين :

$A$  : "البيدق المسوحوبة تحمل الرقم 1 "

$B$  : "البيدق المسوحوبة تحمل الرقم 2 "

(2) نعتبر في هذا السؤال التجربة العشوائية التالية :

نسحب بيدقة واحدة من الكيس  $U_1$  ونسجل رقمها :

- إذا كان هذا الرقم هو 1 نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس  $U_2$ .

- وإذا كان هذا الرقم هو 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس  $U_2$ .

ليكن  $n$  عدد الكرات الحمراء المسوحوبة من الكيس  $U_2$  و  $E_n$  الحدث " الحصول بالضبط على  $n$  كرة حمراء "

أ- بين أن :  $p(E_2) = \frac{2}{21}$  و  $p(E_1) = \frac{11}{21}$ .

ب- احسب احتمال الحدث  $A$  علماً أن الحدث  $E_1$  محقق.

التمرين الرابع(نقط)

لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$  و  $(C)$  هو المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعمد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

أ- تحقق من أن :  $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ . (1)

ب- استنتج أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(2) بین أن :  $f(2-x) = f(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتاج أن المستقيم الذي معادلته  $x=1$  محور تماثل المنحني  $(C)$ .

أ- تتحقق من أن :  $f(x) = 2 \ln(x) + \ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$  لكل  $x$  من المجال  $[1, +\infty]$ . (3)

ب- استنتاج أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  ثم أول هذه النتيجة.

أ- بین أن :  $f'(x) = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2 + 1}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ . (4)

ب- اعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

أ- بین أن :  $f''(x) = \frac{2x(2-x)}{\left[(x-1)^2 + 1\right]^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ . (5)

ب- ادرس تغير المنحني  $(C)$ .

أ- أنشئ المنحني  $(C)$ . (6)

ليكن  $h$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $[1, +\infty]$ . (7)

أ- بین أن  $h$  تقابل من المجال  $[1, +\infty]$  نحو مجال  $J$  يتم تحديده.

ب- حدد  $h^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $J$ .