تمرين1 أ - أحسب النهايتين التاليتين $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-x^2)}{\ln(1+x^2)}$ و $\lim_{x\to 0^+}(\sin x)\ln(x^2+x)$

ب - حدد F الدالة الأصلية للدالة $f(x)=\frac{1+\tan^2(x)}{1+\tan(x)}$ و التى تنعدم في0

تمرين 2

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\ln(1-x^3)\,;x\prec 0 \\ f(x)=4x\sqrt{x}-3x^2\,;\ x\geq 0 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- بين أن الدالة f متصلة في النقطة 0 .

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة 0 (نذكر بأن $\lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}$).

2) بين أن الدالة f تناقصية على المجالين $]-\infty,0[$ و $[1,+\infty[$ وتزايدية على المجال $[0,1]$.

3) أ- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- تحقق من أنه لكل $x\prec 0$ ، $\frac{f(x)}{x}=3\frac{\ln(-x)}{x}+\frac{\ln(1-x^{-3})}{x}$.

ج- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C).

4) أنشئ المنحنى (C).

5) ليكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $]-\infty,0[$ نحو مجال J يجب تحديده.

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .

6) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0=\frac{4}{9}$ و $u_{n+1}=4u_n\sqrt{u_n}-3u_n^2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

أ- بين بالترجع أن $\frac{4}{9}\leq u_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية.

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

فرض محروس 2 د الرقبه

تمرين1 أ - أحسب النهايتين التاليتين $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1-\sqrt{x})}{\ln(1+\sqrt{x})}$ و $\lim_{x\to 1^+}(x-1)\ln(x^3-1)$

ب - حدد F الدالة الأصلية للدالة $f(x)=\frac{\cos x}{1+\sin x}$ و التى تنعدم في0

تمرين 2

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,2[$ بما يلي : $f(x)=\ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- أحسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 2\\ x\prec 2}} f(x)$

ب- بين أن $f'(x)=\frac{2}{x(2-x)}$ لكل x من المجال $]0,2[$.

ج- اعط جدول تغيرات الدالة f .

2) أ- بين أن النقطة $A(1,0)$ مركز تماثل المنحنى (C).

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة $A(1,0)$.

3) نضع $\varphi(x)=f(x)-x$ لكل x من المجال $]0,2[$.

أ- بين أن $\varphi\left(\frac{3}{2}\right)\prec 0$ و $\varphi\left(\frac{7}{4}\right)\succ 0$. (نأخذ $\ln 3\approx 1,1$ و $\ln 7\approx 1,94$)

ب- استنتج أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا α بحيث $\frac{3}{2}\prec\alpha\prec\frac{7}{4}$ وأول النتيجة مبيانيا.

4) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} .

5) أنشئ في نفس المعلم المنحنى (C) والمنحنى (Γ) الممثل للدالة f^{-1} .

تمرين 3

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة : $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\frac{-1+2u_n}{u_n}$ و $u_0=2$

نضع $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=\frac{1}{-1+u_n}$

1- بين أن (v_n) متتالية حسابية

2- عبر عن v_n و u_n بدلالة n

3- حدد نهاية (u_n)

تمرين1 أ - أحسب النهايتين التاليتين $\lim_{x\to 1}\frac{(1-x^2)}{\ln(\sqrt[3]{x})}$ و $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+x+1)}{x}$

ب - حدد F الدالة الأصلية للدالة $f(x)=\tan(x)$ و التى تنعدم في0

تمرين2

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=2x+\ln(1+x^2)\ ;\ x\succ 0 \\ f(x)=\frac{2x}{1+x^2}\ ;\ x\le 0 \end{cases}$$

وليكن (ℓ) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب غلى معلم ممنظم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- حدد حيز تعريف f وأدرس نهايات f عند محدات هذا الحيز.

ب- أدرس اتصال f وقابلية إشتقاقها عند النقطة $x_0=0$

ج- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (ℓ)

يمكن استعمال : (من أجل $0\prec x$; $\ln(1+x^2)=2\ln x+\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$)

2) أ- أدرس تغيرات الدالة f

ب- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ,\ f(x)-2x\ge 0$

واستنتج من ذلك وضع المنحنى (ℓ) بالنسبة للمستقيم (T) الذي معادلته هي : $y=2x$

ج- حدد نقطة انعطاف (ℓ) ذات الأفصول الموجب.

(نقبل أن للمنحنى (ℓ) نقطة انعطاف ذات أفصول سالب وهي $I\left(-\sqrt{3},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$).

د- أرسم المستقيم (T) والمنحنى (ℓ).

تمرين 3

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة ب : (u_n)
$$\begin{cases} u_1=1, u_2=-2 \\ \forall n\in\mathbb{N}^*, u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+15u_{n-1}\right) \end{cases}$$

1- أحسب u_2 و u_3

2- لتكن $(v_n)_{n\succ 0}$ المتتالية المعرفة ب : $\forall n\in\mathbb{N}^*, v_n=\frac{1}{3}(2u_n+5u_{n-1})$

بين أن $(v_n)_{n\succ 0}$ متتالية هندسية و أعط حدها الأول و أساسها

3- نعتبر المتتالية العددية $(w_n)_{n\succ 0}$ المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}^*, w_n=3u_{n-1}-u_n$

بين أن $(w_n)_{n\succ 0}$ متتالية هندسية أعط عناصرها الأساسية .

4- أحسب v_n و w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

5- هل المتتالية (u_n) متقاربة

تمرين1 أ - أحسب النهايتين التاليتين $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{\ln(x-1)}$ و $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\cos x-1}$

ب - حدد F الدالة الأصلية للدالة $f(x)=\frac{1+2x}{x^2+x}$ و التى تنعدم في1

تمرين2

الجزء الأول نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$.

1) بين أن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.
2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 .
3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0,1]$ وتزايدية على المجال $[1,+\infty[$.

الجزء الثاني نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $1\le u_n\le 2$ لكل n من $\mathbb{N}$.
2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.
3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

الجزء الثالث نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\ln\left(x-2\sqrt{x}+2\right)$

وليكن (C) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.
ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C).
2) (أحسب $\lim_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{g(x)-g(0)}{x}$). ثم ادرس تغيرات الدالة g
3) أنشئ المنحنى (C).
4) لتكن h قصور الدالة g على المجال $[1,+\infty[$. بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده.

تمرين 3

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب : $\begin{cases}u_0=0\\ \forall n\in\mathbb{N},u_{n+1}=\sqrt{\frac{4-u_n^2}{3-u_n^2}}\end{cases}$

-1 a) بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n\le\sqrt{2}$
b) بين أن (u_n) تزايدية

-2 نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{2}{2-u_n^2}$
a) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول
b) أحسب v_n و u_n بدلالة n
c) أحسب نهاية (u_n)

تمرين1 أ - أحسب النهايتين التاليتين $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-\sin x)}{\ln(1+\sin x)}$ و $\lim_{x\to 0^+}\left(1-\cos^2 x\right)\ln(x^2+x)$

ب - حدد F الدالة الأصلية للدالة $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ و التى تنعدم في0

تمرين2

نعتبر الدالتين العدديتين h و f للمتغير الحقيقي x المعرفتين ب :

$$h(x)=(\ln x)^3+(\ln x)-2$$

$$f(x)=\ln x-\frac{1}{\ln x}+\frac{1}{(\ln x)^2}$$

1) أ- بين أن الدالة h تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$

ب- أحسب $h(e)$ واستنتج إشارة $h(x)$

2) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب- أدرس نهايات f عند محدات مجموعة تعريفها.

ج- بين أن : $\forall x\in D_f \;;\; f'(x)=\frac{h(x)}{x(\ln x)^3}$

د- استنتج مما سبق جدول تغيرات الدالة f

3) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α في المجال $\left]\frac{1}{e^2},\frac{1}{e}\right[$ بحيث $f(\alpha)=0$

4) نعتبر المنحيين (ℓ) و (Γ) الذين على التوالي معادلتاهما هما : $y=f(x)$ و $y=\ln x$

أ- أدرس الأوضاع النسبية ل (ℓ) و (Γ)

ب- أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)$

ج- أرسم المنحيين (ℓ) و (Γ) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

تمرين 3

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_{n+1}=\sqrt{8+\frac{u_n^2}{3}}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1- احسب u_1.

2- أ- بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n\prec 2\sqrt{3}$.

ب- بين أن (u_n) تزايدية قطعا.

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة.

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n=12-u_n^2$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

ب- احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج- احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.