فرض2 الثانية علوم 2010/2009 ذ الرقبة

www.0et1.com

تمرين a - أحسب النهايتين التاليتين $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-x^2)}{\ln(1+x^2)}$ و $\lim_{x\to 0^+}(\cos x-1)\ln(x^2+x)$

b- حدد F الدالة الأصلية للدالة $f(x)=\frac{1+\tan^2(x)}{1+\tan(x)}$ و التى تنعدم في0

مسألة

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ حيث :

$f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ إذا كان $x\succ 0$ و $f(0)=0$

نرمز ب (C) للتمثيل المبياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

الجزء A

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ حيث :

$$g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$$

1. a) بين أن $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)}$ لكل $x\in]0,+\infty[$

b) ادرس إشارة $g'(x)$ حسب قيم x

2. ادرس نهايتي g عند 0 وعند $+\infty$

3. a) أنشئ جدول تغيرات g

b) استنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,5\prec\alpha\prec 0,6$

4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

الجزء B

1- بين أنه لكل $x\in]0,+\infty[$ لدينا $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج تغيرات f على $]0,+\infty[$

2- a) احسب نهاية $xf(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{x^2}$)

b) استنتج أن $f(x)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$

3- a) بين أن $x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى 0^+

(لاحظ أن ؛ $x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=x\ln(x^2+1)-2x\ln x$)

b) ادرس قابلية اشتقاق f في 0 ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.

4- أنشئ جدول تغيرات f .

5- ارسم (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (نقبل أن $f(\alpha)\simeq f(0,5)\simeq 0,80$)