# فرض2 الثانية علوم 2010/2009 ذ الرقبة

مسألة www.0et1.com

## الجزء الأول

نعتبر الدالتين $g$ و $h$ المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$ .

1) أ- أحسب $g'(x)$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة $g$ .

ب- استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ .

2) أ- بين أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ .

ب- بين أن : $(x-1)\ln x\geq 0$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ .

3) استنتج أن : $h(x)\succ 0$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ .

## الجزء الثاني

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

وليكن $(C)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى $(C)$ بجوار $+\infty$

( لاحظ أن : $f(x)=1+x\ln x.\left(1-\dfrac{\ln x}{x}\right)$ ).

2) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ .

ب- استنتج أن الدالة $f$ تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$ .

3) ليكن $(\Delta)$ المستقيم المماس للمنحنى $(C)$ في النقطة $A(1,1)$ .

أ- بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم $(\Delta)$ هي $y=x$ .

ب-تحقق من أن : $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$ لكل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ .

ج- ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C)$ والمستقيم $(\Delta)$ .

4) أنشئ المنحنى $(C)$ والمستقيم $(\Delta)$ في نفس المعلم. ( نقبل أن المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5 ).

## الجزء الثالث

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة بما يلي : $u_0=\sqrt{e}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ .

1) بين بالترجع أن $1\prec u_n\prec e$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$ .

2) بين أن المتتالية $(u_n)$ تناقصية ( يمكنك استعمال السؤال 3 ) ج- من الجزء الثاني ).

3) استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ثم احسب نهايتها.