فرض1
2010/2009

التمرين الأول

نعتبر المعادلة : $z^2 + m\sqrt{3}z + m^2 = 0 \quad ; \quad z \in \mathbb{C} \quad : \quad (E)$

بحيث m عدد حقيقي موجب قطعا

حل المعادلة (E). ثم حدد الشكل المثلثي للحلين حسب قيم m

التمرين الثاني

صندوق A يضم 3 كرات تحمل الرقم 0 وكرتين تحملان الرقم 1 وصندوق B يضم كرتين تحملات الرقم 0 وكرتين تحملان الرقم 1 .

نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من A ثم نسحب كرة واحدة من B .

1) ماهو عدد النتائج الممكنة ؟
2) ماهو احتمال أن تكون الكرات الثلاث تحمل الرقم 0 ؟
3) ماهو احتمال أن يكون مجموع أرقام الكرات الثلاث يساوي 2 ؟

التمرين الثالث

1) أحسب التكاملين : $\int_{-1}^{1} \left| e^x - 1 \right| dx$ و $\int_{e}^{e^2} \left(\frac{1}{x\ln(x)} \right) dx$

2) ليكن $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right]$

a) تحقق أن : $\frac{1}{\sin^2(x)} = \frac{1+\tan^2(x)}{\tan^2(x)}$

b) أحسب $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\sin^2(x)} \right) dx$

3) باستعمال المكاملة بالأجزاء مرتين، أحسب التكامل $J = \int_{1}^{e} \cos(\pi \ln(x))\, dx$

مسألــة

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=e^{x}-x-1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) a) أحسب $g'(x)$ لكل $x\in\mathbb{R}$

b) ضع جدول تغيرات الدالة g

c) استنتج أنه : $g(x)\succ 0$, $(\forall x\in\mathbb{R}^{*})$

3) بين أن للمعادلة $[x\in\mathbb{R}, g(x)=x]$ حلا وحيدا α في المجال $]1,2[$.

الجزء الثاني :

لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x حيث :

$$\begin{cases} f(x)=e^{x}+\ln(x+1) & ; \ x\geq 0 \\ f(x)=\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}+1 & ; \ x\prec 0 \end{cases}$$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى P المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\Re=(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) حدد D_f ونهايتي f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2) بين أن : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}}\left(\dfrac{f(x)-f(0)}{x}\right)=0$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\prec 0}}\left(\dfrac{f(x)-f(0)}{x}\right)=0$ ثم اعط تأويلا جبريا وهندسيا للنتيجة.

3) a) بين أنه : $f'(x)=\dfrac{e^{-x}g(x)}{(x+1)}$, $(\forall x\in]0,+\infty[)$

b) أحسب $f'(x)$ لكل $x\in]-\infty,0[$ وبين أن إشارتها هي إشارة $(x+1)$ على هذا المجال.

c) ضع جدول تغيرات للدالة f .

4) a) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$

b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f).

c) أنشئ المنحنى (C_f).

5) أحسب مساحة الحيز (Δ) المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمان اللذان معادلتاهما هما $x=0$ و $x=1$

الجزء الثالث :

لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0=\ln(2) \\ (\forall n\in\mathbb{N}), U_{n+1}=g(U_n) \end{cases}$$

1) أحسب U_1 وتحقق أن $0\prec U_1\prec U_0\prec\alpha$ [α هو العدد الوارد في السؤال الثالث من الجزء الأول]

2) بين أنه : $0\prec U_n\prec\alpha$, $(\forall n\in\mathbb{N})$

3) بين أن (U_n) تناقصية.

4) استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها.