

فرض محروس 1 الدورة 2 عـتـ 2007/2006 ذـ الرقبـة

مسألة : (10)

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 1 - e^{x+1}, \quad x \leq -1 \\ f(x) &= x + \ln(x^3 - 3x + 3), \quad x \geq 1 \end{aligned}$$

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I

- نضع $g(x) = x^3 - 3x + 3$ لكل x من $[1, +\infty]$
- ادرس تغيرات g على $[1, +\infty]$. (0.25 ن)
 - استنتج أن $0 < g(x)$ لكل x من $[1, +\infty]$. (0.25 ن)
 - استنتج ما يلي :
- $D_f =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$ (0.5)
 - $f(x) \geq x$ لكل x من $[1, +\infty]$. (0.5)
 - المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلـا وحـيدـا في المجال $[1, +\infty]$ يتم تحديده. (0.5)

II

- بين أن $0 = f'(-1)$ ثم فسر النتيجة مبيانـا. (0.5 ن)
 - بين أن $1 = f'(1)$ ثم فسر النتيجة مبيانـا. (0.5 ن)
 - بين أن f تزايدية قطعاً على كل من المجالين $[1, +\infty]$ و $[-\infty, -1]$. (1 ن)
 - أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب ماـئـلـا لـلـمـنـحـنـيـ بـجـوارـ $-\infty$. (0.5 ن)
 - بـ ادرس الوضع النسبي لـلـمـنـحـنـيـ (C) مع (Δ) . (0.25 ن)
 - أ- بين أن $f(x) = x + 3 \ln(x) + \ln\left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)$ لكل x من $[1, +\infty]$. (0.25 ن)
 - بـ ادرس الفرع الـلـانـهـائـيـ لـلـمـنـحـنـيـ (C) بـجـوارـ $+\infty$. (1 ن)
 - أـشـئـ المـنـحـنـيـ (C). (1 ن)
 - ليـكـ hـ قـصـورـ الدـالـةـ fـ عـلـىـ المـجـالـ [1, +\infty[ـ .
- أـ بين أن h تـقـابـلـ منـ المـجـالـ [1, +\infty[ـ نحوـ مجالـ Jـ يجبـ تحـديـدهـ. (0.5 ن)
 - أـشـئـ فيـ نفسـ المـعـلـمـ منـحـنـيـ الدـالـةـ h^{-1} . (0.5 ن)

III

- لتـكـ (U_n)ـ المتـالـيـ العـدـديـ المـعـرـفـةـ بـماـ يـليـ : $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = h^{-1}(U_n)$ ـ لـكـلـ nـ مـنـ INـ . يمكنـكـ فـيـماـ يـليـ استـعـمـالـ نـتـائـجـ درـاسـةـ الدـالـةـ fـ عـلـىـ [1, +\infty[ـ .
- بين بالـتـرـجـعـ أـنـ $U_n \geq 1$ ـ لـكـلـ nـ مـنـ INـ . (0.5 ن)
- بين أـنـ (U_n)ـ تـنـاقـصـيـةـ. (1 ن)ـ (يمـكـنـكـ استـعـمـالـ السـؤـالـ Iـ - 2ـ - بـ)
- استـتـنـجـ أـنـ (U_n)ـ مـنـقـارـيـةـ وـ اـحـسـبـ نـهـاـيـتهاـ. (0.5 ن)