

فرض 1 2010 الثانية ع الفيزياء و علوم الحياة و الأرض

ذ الرقبة مسألة (10)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

(2) احسب (g') لكل x من \mathbb{R} ثم اعط جدول تغيرات الدالة g .

(3) استنتج أن : $(\forall x \in]-\infty, 0[) \quad g(x) > 0$

(II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = 2 - \frac{2}{x+1} - \ln(x+1); & x \geq 0 \\ f(x) = x + 2 + (x-2)e^x; & x < 0 \end{cases}$$

() هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة القياس

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن الدالة f متصلة في النقطة 0 .

(2) بين أن : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{f(x)}{x} = 1$ وأن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = 0$ وأول النتيجتين هندسيا.

(3) أ- بين أنه لكل x من $]-\infty, 0[$ $f'(x) = g(x)$

ب- بين أن إشارة $f'(x)$ على $[0, +\infty]$ هي إشارة $-x^2$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب- بين أن : $\frac{\ln(x+1)}{x} = \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً β في المجال $[3, 4]$

(نأخذ $f(4) = -0,01$ و $f(3) = 0,12$)

(6) ارسم (C_f) (نقبل أن $\omega(3, f(3))$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)) (ونأخذ $\ln 2 = 0,7$)

(III) لتكن h قصور الدالة f على المجال $[1, +\infty]$

(1) بين أن h تقابل من $[1, +\infty]$ نحو مجال J يجب تحديده

$$(2) \text{ بين أن : } (h^{-1})'(0) = \frac{(1+\beta)^2}{1-\beta}$$

تمرين 1 (2)

أحسب التكاملين : $\int_e^{e^2} \left(\frac{1}{x \ln(x)} \right) dx$ و $\int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$

تمرين 2 (4)

نعتبر الحدودية : $z \in \mathbb{C}$; $P(z) = z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i$

1) أ - بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلًا تخيليًا صرفاً وحدد

ب - حدد العدوان الحقيقيان a و b بحيث $P(z) = (z+i)(z^2 + az + b)$.

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة : $P(z) = 0$

(3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعمد منظم (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقط A و B و C

التي أحقاها على التوالى. هي $z_A = 4+i$ و $z_B = 4-i$ و $z_C = -i$

• أ - أنشئ النقط A و B و C

ب - لتكن النقطة Ω ذات اللحق 2 ولتكن النقطة S صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه Ω وزاويته

$\frac{\pi}{2}$

حدد z_S لحق النقطة S

ت) بين أن النقط A و B و C و S و Ω تنتهي إلى دائرة (ℓ) محدداً مركزها وشعاعها ثم انشئ (ℓ)

تمرين 3 (4)

يحتوي صندوق على ثلاثة كرات بيضاء وبسبعين كرات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

1) نسحب عشوائياً وفي آن واحد كرتين من الصندوق. ليكن A و B الحدثين التاليين :

A : " الكرتان المسحوبتان لهنها أسود "

B : " من بين الكرتين المسحوبتين توجد على الأقل كرة لهنها أبيض "

يبين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{7}{15}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{8}{15}$.

نعتبر التجربة العشوائية التالية : نسحب كرة واحدة من الصندوق، فإذا كانت بيضاء تتوقف عن السحب وإذا كانت سوداء نضعها جانباً ثم نسحب كرة ثانية وأخيرة من الصندوق..

ليكن C و D الحدثين التاليين :

C : " الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى "

D : " الحصول على كرة بيضاء "

أ - احسب احتمال الحدث C .

ب - يبين أن احتمال الحدث D يساوي $\frac{8}{15}$.