

فرض محروس 2 الدورة 2 2005/2006 ذ؛ الرقبة

مسألة

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)\ln(1-x); & x < 1 \\ \frac{x-1}{x} e^{\frac{1}{x}}; & x \geq 1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير x و المعرفة بما يلي :

1- بين أن D مجموعة تعريف الدالة f هي \mathbb{R}

2- أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3- (a) بين أن f متصلة في $x_0 = 1$

(b) أحسب النهايتين : $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ 1 < x}} \frac{f(x)}{x-1}$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{f(x)}{x-1}$. وأول النتيجة هندسيا

4- أدرس الفرعين اللانهائيين (ℓ) الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و منظم (o, \vec{i}, \vec{j}) للمنحني

(وحدة القياس $2cm$)

5- (a) أحسب $f'(x)$ من أجل $x < 1$ ثم من أجل $x > 1$

(b) بين أن : $\left(\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}; f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1 - \frac{1}{e} \right)$

(c) أعط جدول تغيرات f

6- حدد معادلة المستقيم (D) المماس ل (ℓ) في أصل المعلم

7- مثل مبيانيا (D) و (ℓ) (خذ $\left(\frac{1}{e}\right) \approx 0,36$)

8- لتكن g قصور الدالة f على المجال $I = [-\infty, 0]$

(a) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

(b) أحسب $(g^{-1})'(0)$ حيث g^{-1} هي الدالة العكسية للدالة g

9- لتكن $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = f(n)$ المتالية العددية المعرفة ب :

(a) بين أن المتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ تزايدية

(b) أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين:

نردا وجوهه الستة تحمل على التوالي الأعداد : $-1, 1, 1, 4, -4, 1$. الوجوه الستة لهذا الترد متساوية ليكن D الاحتمال

1- نرمي الترد مرة واحدة و نعتبر العدد الذي يعنيه الترد عندما يستقر

(a) أحسب احتمال الحدين التاليين

>> A << النرد عين عددا نسبيا زوجيا

>> B << النرد عين عددا موجبا

(b) أحسب احتمال الحدث B علما أن الحدث A محقق

(c) هل الحدين A و B مستقلين . علل جوابك

2) رمينا هذا الترد X المتغير العشوائي الذي يربط كل إمكانية بعدد المرات التي عين في الترد عددا موجبا ثلاث مرات متالية . ليكن

(a) حدد قانون احتمال X

(b) أحسب احتمال الحدث C >> النرد عين على الأكثر مرتين عددا موجبا