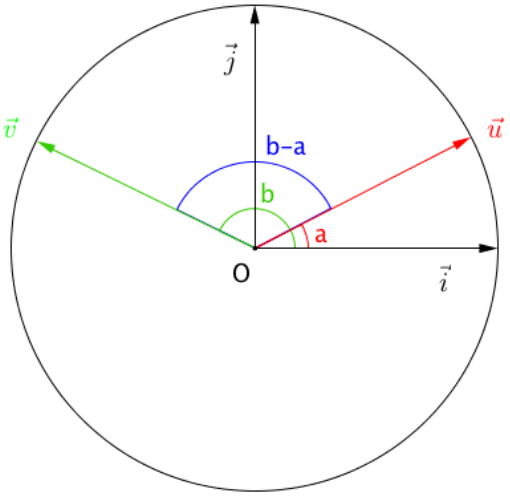
La trigonometrie

Le plan est rapporter au repere orthonormée $(O;\vec{i},\vec{j})$

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnée(x_1,y_1)tel que aest une mesure de l'angle $(\vec{i},\vec{u})$ et b la mesure de l'angle $(\vec{i},\vec{v})$

On considère un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan et le cercle trigonométrique de centre O.
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs de norme 1 tels que : $(\vec{i};\vec{u})=a$ et $(\vec{i};\vec{v})=b$.



On a alors : $\vec{u}\begin{pmatrix}\cos a\\ \sin a\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\cos b\\ \sin b\end{pmatrix}$.

Car $\cos(a)=\frac{x_1}{\|\vec{u}\|}$ et $\sin a=\frac{y_1}{\|\vec{u}\|}$

Ainsi : $\vec{u}.\vec{v}=\cos a\cos b+\sin a\sin b$.

et on a $\vec{u}.\vec{v}=\cos a.\cos b+\sin a+\sin b$

donc $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(b-a)$

et on a $\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|=1$

donc $\vec{u}.\vec{v}=\cos(b-a)$

on déduit donc que $\cos(b-a)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

Donc pour tout réels a et b on a :

$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

**déduire la valeur de $\cos(a+b)$

On a

$$\begin{aligned}\cos(a+b)&=\cos(a-(-b))\\&=\cos a\cos(-b)+\sin a\sin(-b)\\&=\cos a\cos b-\sin a\sin b\end{aligned}$$

donc $\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

**déduire la valeur de $\sin(a-b)$ et $\sin(a+b)$

On a :

$$\sin(a+b)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-a-b\right)$$
$$=\cos\left(\left(\frac{\pi}{2}-a\right)-b\right)$$
$$=\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\cos b+\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\sin b$$
$$=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

donc $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$

Donc

$$\sin(a-b)=\sin(a-(-b))$$
$$=\sin a\cos(-b)+\cos(a)\sin(-b)$$
$$=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$

donc $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$

**déduire sin 2a et cos 2a

on a : cos 2a=cosa cosa−sina sina

cos 2a = $\cos^2$(a)−$\sin^2$(a)

et on a sin 2a =sina cosa +cosa sina

don sin2a=2sina cosa

**déduire tan2a ;tan(a−b) et tan(a+b)

soit a et b deux réel tel que : $a-b\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$; $a+b\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$; $b\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$ $a\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$

$$\tan(a+b)=\frac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}=\frac{\sin a\cos b+\cos a\sin b}{\sin a\cos b-\cos a\sin b}$$
$$=\frac{\frac{\sin a}{\cos a}+\frac{\sin b}{\cos b}}{1-\frac{\sin a\sin b}{\cos a\cos b}}$$
$$=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$$

donc $\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$

Et on a

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a+\tan(-b)}{1-\tan a\tan(-b)}$$
$$=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b}$$

donc $\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan\tan b}$

En remplaçons b par a on trouve

$$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

donc $$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

App1 Calculer $\cos\frac{\pi}{8}$ et. $\sin\frac{\pi}{8}$

- $\cos\left(2\times\frac{\pi}{8}\right) = 2\cos^2\frac{\pi}{8} - 1$ donc $\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$

et donc : $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, car $\cos\frac{\pi}{8}$ est positif.

$$\sin^2\frac{\pi}{8} = 1-\cos^2\frac{\pi}{8} = 1-\frac{2+\sqrt{2}}{4} = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

-
et donc : $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ car $\sin\frac{\pi}{8}$ est positif.

App2 Calculer $\cos\frac{5\pi}{12}$ et . $\sin\frac{5\pi}{12}$

$$\cos\frac{5\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{5\pi}{12} = \sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

Formule de transformation de la somme en produit

On a :

1 $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

2 $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$

2+1 $\Rightarrow \cos(a+b)+\cos(a-b) = 2\cos a\cos b$

2−1 $\Rightarrow \cos(a+b)-\cos(a-b) = 2\sin a\sin b$

Et on a

3 $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$

4 $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$

4+3 $\Rightarrow \sin(a+b)+\sin(a-b)=2\sin a\cos b$

On pose

$$\begin{cases} a+b=\rho \\ a-b=q \end{cases}$$

Donc

$$\begin{cases} 2a=\rho+q \\ 2b=\rho-\rho \end{cases}$$

Donc

$$\begin{cases} a=\dfrac{\rho+q}{2} \\ b=\dfrac{\rho-q}{2} \end{cases}$$

donc $\cos\rho+\cos q=2\cos\left(\dfrac{\rho+q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\rho-q}{2}\right)$

$$\sin\rho+\sin q=2\sin\left(\frac{\rho+q}{2}\right)\cos\left(\frac{\rho-q}{2}\right)$$

$$\cos\rho-\cos q=-2\cos\left(\frac{\rho+q}{2}\right)\sin\left(\frac{\rho-q}{2}\right)$$

De même on déduit que

$$\sin\rho-\sin q=2\sin\left(\frac{\rho-q}{2}\right)\cos\left(\frac{\rho+q}{2}\right)$$

App1 écrire cosx +cos3x sous forme de produit

On a :

$$\cos 3x+\cos x=2\cos\left(\frac{3x+x}{2}\right)\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)$$
$$=2\cos 2x\cos x$$

App2

On considère le triangle ABC

montrons que $\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}+\sin\widehat{C}=4\cos\dfrac{\widehat{A}}{2}\cos\dfrac{\widehat{B}}{2}\cos\dfrac{\widehat{C}}{2}$

On a ABC est un triangle donc

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=\pi$$

Et on a :

$$\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}=2\sin\frac{\widehat{A}+\widehat{B}}{2}\cos\left(\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}\right)$$
$$=2\sin\left(\frac{\pi-\widehat{C}}{2}\right)\cos\left(\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}\right)$$
$$=2\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\widehat{C}}{2}\right)\cos\left(\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}\right)$$
$$=2\cos\left(\frac{\widehat{C}}{2}\right)\cos\left(\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}\right)$$

Donc

$$\sin\widehat{A}+\sin\widehat{B}+\sin\widehat{C}=2\cos\frac{\widehat{C}}{2}\cos\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}+\sin\frac{2\widehat{C}}{2}$$
$$=2\cos\frac{\widehat{C}}{2}\cos\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}+2\sin\frac{\widehat{C}}{2}\cos\frac{\widehat{C}}{2}$$
$$=2\cos\frac{\widehat{C}}{2}\left(\cos\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}+\sin\frac{\widehat{C}}{2}\right)$$
$$=2\cos\frac{\widehat{C}}{2}\left(\cos\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}+\cos\left(\frac{\pi-\widehat{C}}{2}\right)\right)$$
$$=2\cos\frac{\widehat{C}}{2}\left(\cos\frac{\widehat{A}-\widehat{B}}{2}+\cos\left(\frac{\widehat{A}+\widehat{B}}{2}\right)\right)$$
$$=2\cos\frac{\widehat{C}}{2}\times 2\cos\frac{\widehat{A}}{2}\cos\frac{\widehat{B}}{2}$$
$$=4\cos\frac{\widehat{A}}{2}\cos\frac{\widehat{B}}{2}\cos\frac{\widehat{C}}{2}$$

App3 montrons que pour tout réel x on a :

$$\sin^2\left(\frac{5x}{2}\right)-\cos^2\left(\frac{3x}{2}\right)=-\cos(4x)\cos(x)$$

On a :

$$\sin^2\frac{5x}{2}-\cos^2\frac{3x}{2}=\left(\sin\frac{5x}{2}-\cos\frac{3x}{2}\right)\left(\sin\frac{5x}{2}+\cos\frac{3x}{2}\right)$$

$$=\left(\sin\frac{5x}{2}+\sin\frac{3x-\pi}{2}\right)\left(\sin\frac{5x}{2}+\sin\frac{\pi-3x}{2}\right)$$

$$=\left(2\sin\frac{5x+3x-\pi}{4}.\cos\frac{5x-3x+\pi}{4}\right)\left(2\sin\frac{5x+\pi-3x}{4}+\cos\frac{5x-\pi+3x}{4}\right)$$

$$=\left(2\sin\frac{8x-\pi}{4}.\cos\frac{2x+\pi}{4}\right)\left(2\sin\frac{2x+\pi}{4}+\cos\frac{8x-\pi}{4}\right)$$

$$=\left(\sin\frac{5x}{2}+\sin\frac{3x-\pi}{2}\right)\left(\sin\frac{5x}{2}+\sin\frac{\pi-3x}{2}\right)$$

$$=\left(2\sin\frac{5x+3x-\pi}{4}.\cos\frac{5x-3x+\pi}{4}\right)\left(2\sin\frac{5x+\pi-3x}{4}+\cos\frac{5x-\pi+3x}{4}\right)$$

$$=\left(2\sin\frac{8x-\pi}{4}.\cos\frac{2x+\pi}{4}\right)\left(2\sin\frac{2x+\pi}{4}+\cos\frac{8x-\pi}{4}\right)$$

$$=\left(2\sin\frac{8x-\pi}{4}.\cos\left(\frac{8x-\pi}{4}\right)\right)\left(2\sin\frac{2x+\pi}{4}+\cos\frac{8x-\pi}{4}\right)$$

$$=\left(2\sin\left(\frac{8x-\pi}{4}\right).\cos\left(\frac{8x-\pi}{4}\right)\right)\left(2\sin\left(\frac{2x+\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{2x+4}{4}\right)\right)$$

$$=\sin\left(2\left(\frac{8x-\pi}{4}\right)\right).\sin\left(2\left(\frac{2x+\pi}{4}\right)\right)$$

$$=\sin\left(\frac{8x-\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{2x+\pi}{2}\right)$$

$$=\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=-\cos 4x\cos x$$

donc $\sin^2\frac{2x}{2}-\cos^2\frac{3x}{2}=-\cos 4x\cos x$

Formule de transformation du produit en somme

on a :

1 $\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

2 $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

3 $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$

4 $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$

$\cos a\cos b=\frac{1}{2}(\cos(a+b)+\cos(a-b))\Leftarrow$ 1+2

$\sin a\sin b=-\frac{1}{2}(\cos(a+b)-\cos(a-b))\Leftarrow$ 2−1

$\sin a\cos b=\frac{1}{2}(\sin(a+b)+\sin(a-b))\Leftarrow$ 3−4

App écrire sous la forme d'une somme le produit

$\sin 2x \sin 3x \sin 5x$

On a

$$\sin 2x \sin 3x = -\frac{1}{2}(\cos 5x - \text{co}\, x)$$

$$\sin 2x \sin 3x \sin 5x = -\frac{1}{2}\cos 5x \sin 5x + \frac{1}{2}\cos x \sin 5x$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\sin 10x - \frac{1}{2}(\sin 6x + \sin 4x)\right]$$

$$= -\frac{1}{4}[\sin 10x - \sin 6x - \sin 4x]$$

$$\sin 2x \sin 3x \sin 5x = -\frac{1}{4}[\sin 10x - \sin 6x - \sin 4x]$$

Transformation de a cosx +b sinx avec $(a;b) \neq (O,O)$ et $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

On a :

$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x\right)$$

on remarquons que $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 \left(+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 = 1$

alors il existe un réel de $]-\pi,\pi]$

Tel que

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sin\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Donc

$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\,(\cos x\cos\theta + \sin x \sin\theta)$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\theta)$$

Conclusion

$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\theta)$$

$$-\pi \langle \theta \leq \pi \quad / \quad \begin{array}{l} \cos\theta = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \sin\theta = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{array}$$

exemple

1−transformation de $\sqrt{3}\cos x + \sin x$

On a :

$$\sqrt{3}\cos x+\sin x=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x\right)$$

$$=2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$$

2−trransformation de $\cos x-\sin x$

$$\cos x-\sin x=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right)$$

$$=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

3−transformation de $-\cos x+\sqrt{3}\sin x$

$$-\cos x+\sqrt{3}\sin x=2\left(-\frac{1}{2}\cos+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)$$

$$=2\cos\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$$

Résolution de l'équation $(E): a\cos x+b\sin x+c=0$

$a+b\neq 0$

on a : $(E):\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x\right)+c=0$

tel que $\theta\in\left]-\pi,+\pi\right]$

on a :

$$(E)\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\theta)=-c$$

$$\Leftrightarrow\cos(x-\theta)=\frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

1cas : $a^2+b^2<c^2$

on a : $\left|\frac{c^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|\rangle 1$ $\left|\frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|\rangle 1$

donc $S=\varnothing$

1cas : $a^2+b^2\geq c^2$

on a : $-1\leq\frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\leq 1$

donc $\cos\alpha=\frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}}/\alpha\in\left]-\pi,+\pi\right]$

donc

$(E) :\Leftrightarrow \cos(x-\theta)=\cos\alpha$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x-\theta=-\alpha+2k\pi \\ x-\theta=-\alpha+2k\pi \end{array} \right. / k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x=\theta+\alpha+2k\pi \\ x=\theta-\alpha+2k\pi \end{array} \right. / k\in\mathbb{Z}$$

donc $S=\{\theta+\alpha+2k\pi, \theta-x+2k\pi / ktx\}$

Conclusion

**si $a^2+b^2 \langle c^2$

La solution de l'equation $a\cos x+b\sin x+c=0$

Est $S=\varnothing$

**si $a^2+b^2 \geq c^2$

La solution de l'equation $a\cos x+b\sin x+c=0$

est l'ensemble des points $\theta=\alpha\pm 2k\pi / k\in\mathbb{Z}$ avec

$$\cos\alpha=\frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \cos\theta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \sin\theta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

App résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivante

1- $(E_1) : \sqrt{3}\cos+\sin x-4=0$

$a=\sqrt{3}$; $b=1$ et $c=-4$

$a^2+b^2-c^2=3+1-16=-12\langle 0$

donc $S=\varnothing$

2- $(E_2) : \sqrt{3}\cos x+\sin x-1=0$

on a : $a^2+b^2-c^2=3+1-1=3\rangle 0$

Donc

$(E_2) \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x+\sin x=1$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x\right)=1$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{3}$$

$\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+2k\pi / k\in\mathbb{Z}$ ou $x-\frac{\pi}{6}=\frac{-\pi}{3}+2k\pi / k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi / k\in\mathbb{Z}$ ou $x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi / k\in\mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow S=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;\frac{-\pi}{6}+2k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}\right\}$$

Remarque : pour $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}$

On a :

$$\cos x=\cos 2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$=\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-\sin x\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$=\frac{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

$$\cos x=\frac{1-tan^2\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$$

$$\cos x=\frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$$

Et on a :

$$\sin x=\sin 2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$$

$$=\frac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}}$$

$$\sin x=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$$

donc pour $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\,/\,k\in\mathbb{Z}$

$$\cos x=\frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$$

$$\sin x=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$$

Remarque si on pose $t=\tan\frac{x}{2}$

Alors $\cos x=\frac{1-\mathrm{t}^2}{1+\mathrm{t}^2}$ et $\sin x=\frac{2\,\mathrm{t}}{1+\mathrm{t}^2}$

App : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante

$$\sqrt{3}\cos x+\sin x-1=0$$

On pose $t=\tan\left(\frac{x}{2}\right)$

Donc $\sin x=\frac{2\,\mathrm{t}}{1+\mathrm{t}^2}$ et $\cos x=\frac{1-\mathrm{t}^2}{1+\mathrm{t}^2}$

Donc

$$\begin{aligned}(E)&\Leftrightarrow \sqrt{3}\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)+\frac{2t}{1+t^2}-1=0\\ &\Leftrightarrow \sqrt{3}\left(1-t^2\right)+2t-\left(1+t^2\right)=0\\ &\Leftrightarrow -(\sqrt{3}+1)t^2+2t-\left(\sqrt{3}-1\right)=0\\ &\Leftrightarrow (\sqrt{3}+1)t^2-2t+\left(1-\sqrt{3}\right)=0\end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned}\Delta&=4-4(\sqrt{3}+1)(1-\sqrt{3})\\ &=4-4(1-3)\\ &=12\end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned}t_2&=\frac{2+2\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{3}+1\right)}\\ &=1\\ t_1&=\frac{2-2\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{3}+1\right)}\\ &=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\\ &=\frac{4-2\sqrt{3}}{1-3}\\ &=\sqrt{3}-2\end{aligned}$$

donc $\tan\frac{x}{2}=\sqrt{3}-2$ ou $\tan\frac{x}{2}=1$

…….