Exercices de logique
www.0et1.com

Exercice1 montrer que

1- $\sqrt{x-1}+2\sqrt{y-4}=\frac{x+y}{2} \Leftrightarrow x=2 \, et \; y=8$

2-determiner les réels x,y et z tel que $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{x+y+z}{2}$

3- soit a et b deux réels non symétrique montrer que $a \neq -\frac{1}{2}b \Rightarrow \frac{a-b}{a+b} \neq -3$

4- soit x et y deux réels strictement positifs montrer que $\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1} \leq 2(x+y+1)$

5- soit x , y,a et b des réels strictement positifs montrer que $x \prec y \Leftrightarrow \frac{x}{y} \prec \frac{ax+by}{bx+ay}$

6-soit a , b et c des réels tel que a+b>c montrer que $b \succ \frac{c}{2} \; et \; a \succ \frac{c}{2}$

7- soit a et b deux réels montrer que $\forall \varepsilon \succ 0 \quad |a-b| \prec \varepsilon \Rightarrow a=b$

8-soit x un élément de l'intervalle $[-2,2]$ montrer que $\sqrt{4-x^2}-x \leq 2\sqrt{2}$

9-soit x et y deux réels de l'intervalle $]1,+\infty[$ montrer que $x \neq y \Rightarrow x^2-2x \neq y^2-2y$

10-soit xet y deux réels de l'intervalle $]-1,1[$ montrer que $-1 \prec \frac{x+y}{1+xy} \prec 1$

Exercice2

Donner la négation des proposition suivantes

$1-\left(\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2\right)\left(f(a)=f(b) \Rightarrow a=b\right)$

$2-\left(\forall x \in \mathbb{R}\right)\left(\exists y \in \mathbb{Z}\right); x^2+y^2=1$

$3-\left(\exists x \in \mathbb{R}\right)\left(\forall y \in \mathbb{Z}\right); x \prec y$

$4-\left(\forall x \in \mathbb{R}\right)\left(\exists y \in \mathbb{Z}\right); x^2+y^2=1$

$5-\left(\forall x \in \mathbb{R}\right)\left(x \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq 1\right)$

Exercice3

Montrer par récurrence que

1- $\forall n \in \mathbb{N} \; ; \quad 2^n \geq n+1$

2-pour tout entier naturel n le nombre $3^{2n}-2^n$ **est divisible par 7**

3- $\forall n \in \mathbb{N} \; ; \quad 3^{2n} \geq 2n+1$

4-pour tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **le nombre** $3^{2n}+2^{6n-5}$ **est divisible par 11**

5-pour tout élément n de $\mathbb{N}-\{0,1\}$ **le nombre** $2^{2^n}-6$ **est divisible par 10**

6-pour tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **le nombre** 4^n+6n-1 **est divisible par 9**

7-pour tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **le nombre** $n^2\left(n^2-1\right)$ **est divisible par 12**

8-montrer que tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **;** $1^2+2^2+.....+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

9-montrer que tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **;** $1+2+2^2+.....+2^n=2^{n+1}-1$

8-montrer que tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **;** $1+2+3+.....+n=\frac{n^2+n}{2}$

8-montrer que tout élément n de $\mathbb{N}^*$ **;** $1+3+5+.....(2n-1)=n^2$