Serie 2 les integralles

www.0et1.com

Exexrcice1

1- Lecture graphique

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

1° Lecture graphique

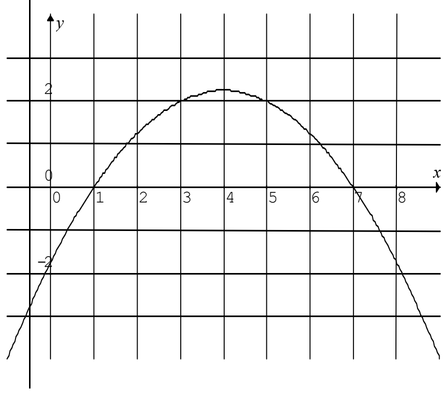
Lire sur le dessin les valeurs entières de f (l), f (3), et f '(4).

Déterminer le signe de f '(2) et de celui de f (2).

2° Détermination de la. fonction On admet que f est une fonction polynôme du second degré donc que, pour tout nombre réel x,

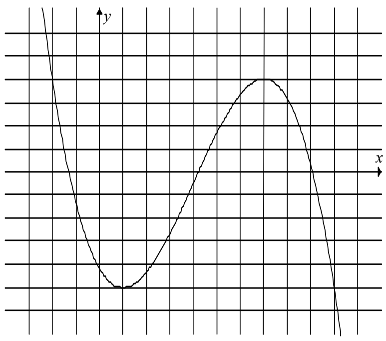
$$f(x) = a x^2 + b x + c$$

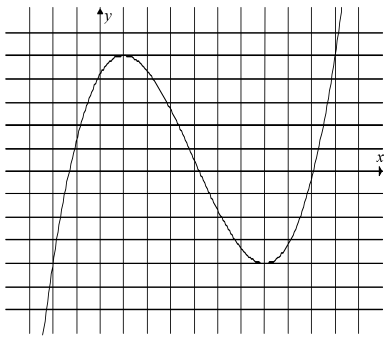
où a, b et c sont des nombres réels. En utilisant les résultats de la première question, déterminer les nombres réels a, b et c.

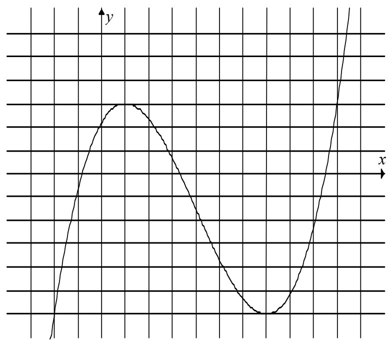


3° Primitive

Parmi les courbes représentatives des trois fonctions F_1, F_2 et F_3 ci-dessous, une seule est la courbe représentative d'une primitive de la fonction f. Laquelle? Expliquer le rejet des deux autres fonctions.







Exercice2 Calculer les intégrales suivantes : $I = \int_1^2 \left(x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$ $\quad J = \int_1^2 \frac{x}{x^2+1} dx$

$K = \int_0^1 x\,(x^2 + 1)^2\, dx$	$L = \int_0^{\pi/2} (\sin 3x) + 2 \cos 2x\, dx)$	$M = \int_1^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right) dx$

Exercice 3 Calculer à l'aide d'une intégration par parties :

$I = \int_1^e \frac{\ln t}{t} dt$	$J = \int_0^1 x\, e^{2x}\, dx$	$K = \int_0^1 \frac{x}{e^x} dx$
$L = \int_{-1}^1 (t + 1) \cos \pi t\, dt$	$M = \int_0^1 x\, e^x\, dx$	$N = \int_1^2 (x^2 + 1) \ln 2x\, dx$
$P = \int_{-3}^0 (x + 1)\, e^x\, dx$	$Q = \int_1^e x^2 \ln x\, dx$	$R = \int_0^1 x^5 e^{x^3} dx$

Exercice 4 Calculer $I = \int_0^1 \sqrt{1 + t}\, dt$ puis, à l'aide d'une intégration par parties : $J = \int_0^1 t\sqrt{1 + t}\, dt$

Exercice 5 Calculer à l'aide de deux intégrations par parties.

$I = \int_0^1 (x^2 + 3x)\, e^{-x}\, dx$	$J = \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cos x\, dx$	$K = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^x \cos x\, dx$

Exercice 6 Calculer les intégrales suivantes : $I = \int_1^2 \left(x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$ $J = \int_0^1 x^2 e^{x^3}\, dx$

$K = \int_0^1 x\,(x^2+1)^2\, dx$	$L = \int_0^{\pi/2} (\sin 3x) + 2\cos 2x\, dx)$	$M = \int_1^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right) dx$

Exercice 7 1° a) Démontrer que, pour tout nombre réel x, on a : $\frac{e^{2x}}{1+e^x} = e^x - \frac{e^x}{1+e^x}$

b) En déduire le calcul de l'intégrale : $I = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^x}\, dx$

2° a) Soit f la fonction définie pour tout nombre réel par $f(x) = \ln(1 + e^x)$.

Calculer la dérivée de f.

b) Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, la valeur exacte de l'intégrale:

$J = \int_0^1 e^x \ln(1 + e^x)\, dx$

Exercice 8 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty\,;6[$ par : $f(x) = \frac{17x - 12}{(x-6)(x^2+9)}$

1° Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x de $]-\infty, 6[$, on ait : $f(x) = \frac{a}{x-6} + \frac{bx + c}{x^2+9}$

2° Déduire de ce qui précède que la valeur exacte de l'intégrale $\int_0^3 f(x)\, dx$ est $-2\ln 2 + \frac{5\pi}{12}$.