

**Exercice 1** <http://www.0et1.com/>

Soit  $a$  et  $b$  deux nombre réelles et  $f$  une fonction définie par  $f(x) = \frac{e^{ax} - 1}{e^{bx} + 1}$

Discuter suivant les valeurs de  $a$  et  $b$  la limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Exercice 2** <http://www.0et1.com/>

Calculer les limites aux bornes du domaine de définition des fonctions suivantes

$$1) f(x) = x^2 e^x - e^{2x} + 1 \quad 2) g(x) = x - \log(e^{2x} - 1) \quad 3) h(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x-1}} - x$$

**Exercice 3** <http://www.0et1.com/>

Soit la fonction définie par  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)e^{x-1}}; x < 1 \\ x-1 - \frac{\ln x}{x}; x \geq 1 \end{cases}$

Et  $(\ell)$  sa représentation graphique dans le plan rapporter au repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1-a) calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) montrer que  $f$  est continue en 1

2-a) étudier la dérivabilité de  $f$  en 1

b) montrer que pour tout  $x$  de  $] -\infty, 1[$  :  $f'(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$

c) montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $]1, +\infty[$

d) donner le tableau des variations de  $f$

3-a) montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x - 1$  est asymptote à  $(\ell)$  au voisinage de  $+\infty$

Puis étudier la position relative du  $(\ell)$  et  $(D)$  dans  $]1, +\infty[$

b) montrer que  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - x = 0$  et interpréter le résultat géométriquement

4- construire  $(\ell)$  (la recherche des points d'inflexion n'est pas demander.. et on admet que  $(\ell)$  est en dessous de son asymptote dans  $] -\infty, 1[$  )

**Exercice 4** <http://www.0et1.com/>

Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \begin{cases} (x-1)e^x; x \leq 1 \\ \sqrt{\ln x}; x > 1 \end{cases}$

Et  $(\ell)$  sa représentation graphique dans le plan rapporter au repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1- montrer que  $f$  est continue en 1

2) étudier la dérivabilité de  $f$  en 1

3-a) calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) étudier les branches infinies du  $(\ell)$

4) calculer  $f'(x)$  et donner le tableau des variations de  $f$

5-a) montrer que  $(\ell)$  admet un point d'inflexion d'abscisse négatif que l'on déterminera

4- construire  $(\ell)$

**Exercice 5** <http://www.0et1.com/>

Calculer la limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( \frac{1}{e^x} - e^{\frac{1}{x-1}} \right)$