Revision1 fonction exponentielle 2017/2018

www.0et1.com

exercice1

1-montrer que le point A$(0\ ,1/2)$est un centre de symétrie a la courbe représentative de la fonction $f(x)=2x+\frac{e^x}{e^x-1}$

2-determiner une fonction primitive de la fonction $g(x)=\frac{e^x}{5+e^x}$

3-on considère la fonction $h(x)=-e^x+2.\sqrt{e^x}-1$; $x\in\mathbb{R}^-$,déterminer $h^{-1}(x)$

4- Résoudre l'équation $3^{2x}+3^{x-1}-4=0$

5-calculer les limites

, $A=\lim\limits_{-\infty} x^5e^{6x}$, $B=\lim\limits_{+\infty}\frac{e^{3x}}{x}$, $C=\lim\limits_{+\infty}\frac{e^{3x}}{x^8}$, $D=\lim\limits_{+\infty}\frac{e^x}{x^2+1}$, $E=\lim\limits_{0}\frac{e^x-e^{-x}}{x}$

$F=\lim\limits_{+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$. $G=\lim\limits_{+\infty}\frac{Inx}{e^x}$, $H=\lim\limits_{0^+}\frac{e^{\frac{1}{Inx}}-1}{x}$

Exercice 2

On Considère la fonction définie par $f(x)=x.\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$ sur $\mathbb{R}$

1.a-Vérifiez que $f(x)=x.\left(\frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

b-vérifier que f est une fonction paire et que $f(x)-x=\frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ pour tout x de $\mathbb{R}$

c-montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}=0$ puis déduire que la droite d'équation $D: y=x$ est asymptote a C_f au voisinage de $+\infty$

2-montrer que C_f est au-dessous de D dans $[0,+\infty[$

3-a-montrer que $f'(x)=\frac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$ et vérifier que $f'(0)=0$

b-montrer que $\forall x\in\mathbb{R}^+ : e^{4x}-1\geq 0$

puis déduire que $\forall x\in\mathbb{R}^+ : e^{4x}-1+4xe^{2x}\geq 0$

4-donner le tableau des variations de f

4-representer graphiquement la fonction f (on admet que C_f a deux point d'inflexion)

Exercice3

Partie1 : Soit g la fonction définie par $g(x)=e^{-x}+x-1$; $x\in\mathbb{R}$

1- Calculer $g'(x)$

Puis déduire que g est décroissante sur $]-\infty,0]$ est croissante sur $\mathbb{R}^+$

2-déduire que $\forall x\in\mathbb{R}; g(x)\geq 0$; puis déduire que ($\forall x\in\mathbb{R}; e^{-x}+x\geq 1$)

partie2 : on considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

1-montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$ est que pour $x\neq 0, f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$

2- montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ puis interpréter les résultats géométriquement

3-montrer que $f'(x)=\dfrac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})+1}$ puis étudier le signe de $f'(x)$ et donner le tableau des variations de f

4-a-ecrire l'équation de la tangente à (C_f) au point O(l'origine du repère)

b-vérifier que $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ puis déduire le signe de $x-f(x)$ sur $\mathbb{R}$

c-déduire la position relative de (C_f) et la droite $(\Delta): y=x$

5-construire (C_f) et (Δ) $(1-e)^{-1}\approx 0,6$

Partie3

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et $u_{n+1}=f(u_n)$

1-montrer par récurrence que $\forall n\in\mathbb{N}: 0\leq u_n\leq 1$

2-montrer que (u_n) est décroissante (utiliser question 4-b dans la

3-deduire que est convergente puis donner sa limite

Exercice4

Partie1 : Soit g la fonction définie par $g(x) = e^{2x} - 2x$; $x \in \mathbb{R}$

1- Calculer $g'(x)$

Puis déduire que g est décroissante sur $]-\infty, 0]$ est croissante sur $[0, +\infty[$

2-déduire que $\forall x \in \mathbb{R}; g(x) \succ 0$; remarquer que ($g(0) = 1$)

partie2 : on considère la fonction f définie par $f(x) = ln(e^{2x} - 2x)$

1-a-montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

b- vérifier que $\dfrac{f(x)}{x} = 2\left(\dfrac{\ln(e^{2x} - 2x)}{e^{2x} - 2x}\right)\dfrac{e^{2x} - 2x}{2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$

c-montrer que $\lim\limits_{-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ puis interpréter le résultat géométriquement

2-a-pour x>0 vérifier que $1 - \dfrac{2x}{e^{2x}} \rangle 0$ et que $2x + ln\left(1 - \dfrac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x)$

b-déduire que $\lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty$ et montrer que la droite $(D): y = 2x$ est asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$

c-montrer que $f(x) - 2x \leq 0$ pour tout x>0 puis déduire que C_f est au-dessous de de la droite $(D): y = 2x$ sur $\mathbb{R}^+$

3-montrer que $f'(x) = \dfrac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ puis étudier son signe et donner le tableau des variations

4-construire (C_f) et (Δ)