Revision2 Fonctions exponentielle www.0et1.com

Exercice1

Résoudre dans ℝ les équations suivantes

1) $e^{x-1}-1=0$ **2)** $e^{x}+2e^{-x}-3=0$ **3)** $e^{x}+3e^{-x}-4=0$ **4)** $e^{2x}-1=0$

Exercice2

Calculer les limites suivantes

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x$ **2)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3+x^2-1\right).e^x$ **3)** $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^{x-1}-1}{x-1}$ **4)** $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^x-e}{e.(x-1)}$

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ **6)** $\lim\limits_{x\to0^+} xe^{\frac{1}{x}}$ **7)** $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$ **8)** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{x}$

Exercice3

Calculer la dérivée de la fonction f dans les cas suivants

1) $f(x)=e^{(2x+1)}$ **2)** $f(x)=e^{(x^2-x+1)}$ **3)** $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$ **4)** $f(x)=\dfrac{x}{\left(e^x+1\right)^2}$

5) $f(x)=\sqrt{e^x+1}$ **6)** $f(x)=xe^{\sqrt{x}}$ **7)** $f(x)=\sqrt{x}e^x$ **8)** $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{e^x+1}}$

9) $f(x)=(3-x)e^{\frac{1}{x}}$ **10)** $f(x)=e^{\sin x}$ **11)** $f(x)=e^{3x^2-2x+1}$ **12)** $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$

13) $f(x)=\exp\dfrac{3+x}{1-x}$ **14)** $f(x)=\dfrac{x+2}{e^x}$ **15)** $f(x)=\ln\left(e^{2x}+xe^x+1\right)$

Exercice4

Calculer la dérivée et les limites $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **de la fonction f dans les cas suivants**

1) $f(x)=x-1+e^x$ **2)** $f(x)=\dfrac{x-2}{e^x}$ **3)** $f(x)=x-2+\dfrac{1}{e^x}$ **4)** $f(x)=\dfrac{e^{3x}-3}{e^x+1}$

5) $f(x)=\exp\dfrac{2x+1}{x+3}$ **6)** $f(x)=e^{3x}-e^{2x}+1$ **7)** $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$ **8)** $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{2x}+5}$

Exercice5

Soit f **la fonction définie par** $f(x)=1-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{e^x+1}$

1)a) vérifier que pour tout x de ℝ on a $\dfrac{1}{e^{-x}+1}=1-\dfrac{1}{e^x+1}$

b) déduire que f **est impaire**

2) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3)a) montrer que $\forall x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

b) donner le tableau des variations de f **sur** $\mathbb{R}^+$

c)déduire que $\forall x\in\mathbb{R}^+$; $1-\dfrac{2}{e^x+1}\le\dfrac{1}{2}x$

4) montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\left(1-\dfrac{1}{2}x\right)\right)=0$ **puis interpréter le résultat géométriquement**

5) représenter ℓ_f

Exercice6

Soit f **la fonction définie par** $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

1) déterminer D_f **le domaine de définition de** f

2) calculer les limites de f **au borne du** D_f

3) étudier les variations de f **puis donner le tableau des variations de** f

4) représenter ℓ_f

Exercice7

A-résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'équation $\ln|x| \prec 0$

B-Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = e^x(1 - x\ln|x|); x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

Et soit (ℓ) la représentation de dans le plan rapporter au repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) montrer que $f(x) = x^2 e^x \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\ln|x|}{x}\right)$ puis déduire la limite $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$

4)a)montrer que pour tout x de $\mathbb{R}^*$ on a $f'(x) = e^x \ln|x|(-x-1)$

b) étudier les variations de f

5) étudier les branches infinies de (ℓ)

6) construire (ℓ)

Exercice8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x^2\ln x, x \succ 0 \\ f(x) = x - 1 - e^x, x \leq 0 \end{cases}$

Et soit (ℓ) la représentation de dans le plan rapporter au repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) a) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b) montrer que f est continue en 0

2) a)étudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en $x_0 = 0$

b) interpréter graphiquement les résultats

c) calculer $f'(x)$ pour x de $]0, +\infty[$ et pour x de $]-\infty, 0[$

d) montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^*$; $\left(f'(x) \prec 0 \Leftrightarrow x \in]e, +\infty[\right)$

e) donner le tableau des variations de f

3) a)étudier la position relative de (ℓ) et (D) la droite d'équation $y = x - 1$ sur $]-\infty, 0[$

b) étudier les branches infinies de (ℓ)

c) montrer que (ℓ) admet un point d'inflexion unique $I = \left(1, \frac{3}{2}\right)$

4) construire (ℓ)

Exercice9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = x - xe^x; x \leq 0 \\ f(x) = \sqrt{e^x - 1}, x \succ 0 \end{cases}$

Et soit (ℓ) la représentation de dans le plan rapporter au repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$

2) calculer $f'(x)$ puis étudier son signe

3) donner le tableau des variations de f

4) étudier les branches infinies de (ℓ) (on rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

5) montrer que (ℓ) admet deux points d'inflexion et determiner ses coordonnees

6) construire (ℓ) (on admet que $\ln 2 = 0,7$ et $e^{-2} = 0,14$)