Nombre complexe 2017/2018 www.0et1.com

exercice1

1-ecrire sous la forme algébrique le nombre complexe $A=(3-5i)+i\left(2-i\sqrt{2}\right)$ **puis donner la partie réelle et la partie imaginaire de A**

2-developper $B=(4-i)^2+(-2+3i)^2$

3-donner la forme algébrique de $D=i^{375}$

4-donner le conjugue de $E=-8i-1$ **et** $F=i\left(2i-\sqrt{2}\right)$

5-calculer le module des nombres complexes suivants $G=2-i\sqrt{3}$ **;** $H=-25$ **;** $I=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ **;** $J=2-\sqrt{3}$ **et** $K=-15i^{35}$

6-soit x un nombre réel déterminer x pour que le nombre $(x+i)\left[(x+5)-i(x-7)\right]$ **soit réel**

7-resoudre dans $\mathbb{C}^2$ **le système** $\begin{cases} 2z+(1-i)z'=1-i \\ -iz+z'=-2i \end{cases}$

8-montrer que les points $A(6-i)$ **;** $B=(-6+3i)$ **et** $C(-18+7i)$ **sont alignées**

9-montrer que les points $E=(-2)$ **;** $F(2)$ **;** $G(-1+i)$ **et** $H=(1-3i)$ **sont cocyclique**

Exercice2

Ecrire sous la forme algébrique les nombres complexes suivants $3(1+i)-3(i-2)$ **;** $(-3+2i)^2$ **;**

$(1-10i)(2+i)$ **;** $(2-i)^2-(1+4i)$ **;** $\sqrt{2}+i-(3i+\sqrt{2})$ **;** $\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ **et** $\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

Exercice3

On pose $z=1-2i$ **et** $z'=3-i$ **écrire sous la forme algébrique les nombre complexe suivants**

$\frac{1}{z^2}+\frac{1}{(z')^2}$ **;** $\frac{1}{z}+\frac{1}{z'}$ **et** $z(z')^2$

Exercices4

1-resoudre dans $\mathbb{C}$ **les équations** $3\overline{z}=1+i$ **et** $(1-i)\overline{z}+(1+i)=0$

2-on pose $z=x+y$ **tel que** x **et** y **sont des réelles**

a-écrire sous la forme algébrique le nombre complexe $3\overline{z}+iz$

b-résoudre dans $\mathbb{C}$ **l'équation** $3\overline{z}+iz=2-2i$

exercice5

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z dans les cas suivants

1/ $(z-1)\left(\overline{z}-i\right)\in\mathbb{R}$ **2/** $(z-1)\left(\overline{z}-1\right)\in i\mathbb{R}$ **3/** $|z|=z+\overline{z}$ **4/** $\left(z^2-z\right)\in\mathbb{R}$

Exercice6

1-calculer la somme $S=1+i+i^2+...+i^{2016}+i^{2017}$

2-onpose $j=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

a-calculer J^2 **et** J^3 **puis** J^n **suivant les valeurs de n**

b-vérifier que $1+j+j^2=0$

c-calculer la somme $S=1+j+j^2+...+j^{2016}+j^{2017}$

Exercice 7

On considère les points $A\left(1+\frac{i}{2}\right)$ **;** $B=\left(\frac{3}{2}+2i\right)$ **et** $C=\left(-1-\frac{11}{2}\right)$

1-montrer que les points A **;** B **et** C **sont alignées**
2-determiner les réels a et b pour que le point C soit le barycentre
Des points $(A;a)$ **et** $(B;b)$ **avec** $a+b=1$

exercice8

1-calculer de deux façons différentes les conjuguées des nombres complexes suivantes

$z_1=(2+i)(4-3i)$ **;** $z_2=\frac{i(1+6i)}{(3-i)^2}$ **Et** $z_3=(1-3i)^2$

2-soit z=x+iy écrire sous la forme algébrique $A=\frac{z-i}{z+1}$ **puis déterminer l'ensemble des points** $M(z)$ **Tel que A soit réel**

Exercice9

1-determiner géométriquement l'ensemble des points $M(z)$

tel que a- $|z-2|=|z+3i|$

b- $|z-1+i|=3$

2-trouver les mêmes résultats algébriquement

3-montrer que l'ensemble des points $M(z)$ **tel que** $\left|\frac{z+1}{z-i}\right|=\sqrt{2}$ **est un cercle**

Exercice 10

1-ecrire sous la forme trigonométrique le nombre complexe $z=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}\right)^{2016}$

et déduire la forme algébrique de Z

2- écrire sous la forme trigonométrique les nombre complexes suivants $L=1-i\sqrt{3}$ $M=7i-7$; $N=-12$;

$P=35i$; $R=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$; $S=\frac{-\sqrt{3}-i}{2}$; $T=-\sqrt{6}+i\sqrt{2}$; $S\times T$ **et** $\frac{S}{T}$

3-soit $\alpha=\sqrt{2}(1+i)-\sqrt{6}(1-i)$ **; calculer** α^2 **et déduire le module et l'argument de** α

4-determiner l'écriture complexe de la translation de vecteur $\vec{u}(2+3i)$

5-a déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h **de centre** $\omega(i)$ **et de rapport** $k=-2$

b-déterminer l'affixe du point A' **image de** $A(3+i)$ **par h**

6- déterminer l'écriture complexe de l'homothétie de centre $A(1-i)$ **et qui transforme** $B(-1-5i)$ **en** $C(2+i)$

7-montrer que $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12}=1$

Exercice11

$Z_0=\left[1;\frac{-\pi}{4}\right]$; $Z_1=\left[1,\frac{5\pi}{12}\right]$; $Z_2=\left[1,\frac{13\pi}{12}\right]$ **on pose** $u_1=\frac{z_1}{z_0}$ **et** $u_2=\frac{z_2}{z_0}$

1-montrer que $u_1=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ **et** $u_2=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ **puis calculer** $u_1^9+u_2^9$

2-soit $B(-1)$; $A_1(u_1)$ **et** $A_2(u_2)$ **; montrer que** BA_1A_2 **est un triangle isocèle de sommet B**

Exercice12

On considère les points $A\left(1+\frac{i}{2}\right)$; $B=\left(\frac{3}{2}+2i\right)$ et $C=\left(-1-\frac{11}{2}\right)$

on considère les points ; M_1 et M_2 ; B A D'affixes respectives

; $z_1=\frac{-2-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$; $z_2=\frac{-2+\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{1}$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ et (-1)

1-ecrire $-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ sous la forme trigonometrique

2-a-verifier que $\overrightarrow{AM_1}=\overrightarrow{OB}$ et que A est le milieu de $[M_1M_2]$

b-deduire que les points A ; B ; M_1 et M_2 sont colineaires

c-deduire que $AOBM_1$ est un losange et que $\arg(z_1)\equiv\frac{7\pi}{8}[2\pi]$

exercice13

soit $z_1=\sqrt{3}+1+i\left(\sqrt{3}-1\right)$ et $z_2=\sqrt{3}-1+i\left(\sqrt{3}+1\right)$

montrer que $z_1^2=4\left(\sqrt{3}+i\right)$ et $z_2=i.\overrightarrow{z_1}$

2-a-donner la forme trigonométrique du nombre complexe $4\left(\sqrt{3}+i\right)$

b-déduire la forme trigonométrique de z_1 et z_2

3-on considère les points $A(z_1)$ et $B(z_2)$ calculer $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$

Puis déduire que le triangle OAB est équilatéral

exercice14

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes

$(5z-3i)^2+1=0$ ‘ $z^2-z+1=0$

$(iz+2)^2-6(iz+2)-7=0$ ‘ $(z+1)^2=z-13$ ‘ $z^2-6z+13=0$

$z^2+10z+6=0$ ‘ $3z^2-5z-2=0$ ‘ $z^2+6z+12=0$ ‘ $2z^2-z-3=0$

$z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3}=0$ ‘ $5z^2-6z+13=0$ ‘ $z^2-z+3=0$

$\alpha\in[0;\pi]=z^2-2(\cos\alpha)z+1=0$

Exercice15

1-resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E):z^2-2\sqrt{2}z+4=0$

2-soit z_1 et z_2 la solution de l'équation (E) tel que $\operatorname{Im}(z_1)\succ 0$

Ecrire z_1 et z_2 sous la forme exponentiel puis déduire que $z_1^{20}-z_2^{20}=0$

3-on considère les points A et B d affixe respective z_1 et z_2

a-calculer $\frac{z_1}{z_2}$ puis déduire la nature du triangle OAB

b-déterminer l'affixe de G centre de gravité du triangle OAB

exercice16

On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme $P(z)=z^4+2z^3+3z^2+2$

1−determiner a et b tel que $P(z)=(z^2+1)(z^2+az+b)$

2−resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-2z+2=0$

3−deduire les solution de l'équation $P(z)=0$

Exercice17

1−Ecrire la forme exponentiel des nombres complexes suivants $A=\dfrac{2-2i}{\sqrt{3}+i}$; $B=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{i\sqrt{3}+1}$ et $C=(-1+i)^{12}$

2− vérifier que $D=\left(3.e^{i\frac{\pi}{4}}\right)$ est un nombre réel négatif

3−donner la forme algébrique des nombres complexes $E=5.e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $F=3.e^{i\frac{5\pi}{4}}$

4−determiner le module et l'argument du $G=1+e^{2i\theta}$

5−ecrire la représentation complexe de la rotation de centre $\Omega(-1+i)$ et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$

6− linéariser $\cos^3 x$ et $\sin^4 x$

Exercice 18

1−resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-2z+4=0$

Soit z_1 et z_2 la solution de l'équation (E) tel que $\operatorname{Im}(z_1)\succ 0$

2−ecrire la forme exponentiel de $(z_1)^{2008}$ puis la forme algébrique

3−montrer que les points $A(1+i\sqrt{3})$ et $B(1-i\sqrt{3})$ appartient à un cercle de centre O

Construire les points A et B