Serie 2 www.0et1.com

EXERCICE N°1 :

Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$i(3+2i)-3(2-i)$; $-2i(2-i)+2(1+2i)$; $(1+i)^3$; $(1-i)^3$; $(2+i)^2 - 2i(3-2i)$; $\frac{i-5}{3+5i}$; $\frac{3+i}{2-i}+\frac{2-i}{3+i}$; $\frac{(2-i)^2}{3+i}-\frac{1-i}{3-i}$

EXERCICE N°2 :

On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. calculer : j^2 ; j^3 puis $1 + j + j^2$.

EXERCICE N°3 :

Représenter dans le plan complexe les points A , B , C et D d'affixes respectives 2 ,3 + 2i , –3 + i et – 4 - i

Montrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

EXERCICE N°4 :

Représenter dans le plan complexe les points A , B , C d'affixes respectives –2i ; 1 + 2i et –3 + i .

Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD est un parallélogramme.

EXERCICE N° 5 :

On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives –1 + i; 2 et 3 (1 + i).

Montrer que le triangle ABC est rectangle en B.

EXERCICE N°6 :

Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tels que les points d'affixes respectives i, iz et z sont alignés.

EXERCICE N°7 :

Calculer les modules des nombres complexes suivants : $1 - i$; $1 + i\sqrt{3}$; $3 + 2i$; $-2i$; $\frac{(1+i)^3}{1+i\sqrt{3}}$;

EXERCICE N°8:

Dans le plan complexe rapporté ă un repere orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$; on considère le point A d'affixes $z_A = i$

Le point B d'affixe $z_B = \frac{-\sqrt{3}+i}{2}$ et le point C d'affixe z_C symétrique de B par rapport à l'axe des abscisses.

Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

EXERCICE N°9:

Le plan est rapporter au repère orthonormé direct $(O, \vec{u} , \vec{v})$. Déterminer et construire:

a) L'ensemble E des points M d'affixe z tels que $|z-1+2i| = 3$.

b) L'ensemble F des points M d'affixe z tels que $|z-2+i| = |\bar{z}+2-2i|$.

c) L'ensemble G des points M d'affixe z tels que $|iz-2+i| = 3$

d) L'ensemble H des points M d'affixe z tels que $|\bar{z}-1+2i| = 2$

e) L'ensemble I des points M d'affixe z tels que $\left|\frac{iz+1-i}{\bar{z}+2+i}\right| = 1$

EXERCICE N° 10:

Pour tout complexe z $\neq 1$, on pose z' = $\frac{\bar{z}-1}{z-1}$ et on appelle A , B , M et M' les points d'affixes 1 , -1 , z et z' dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$) .

1°/ a) Comparer $|z-1|$ et $|\bar{z}-1|$ et en déduire $|z'|$.

b) Traduire géométriquement ce résultat pour le point M'.

2°/ Calculer en fonction de z et $\bar{z}$, r = $\frac{z'+1}{z-1}$. En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont colinéaires.

3°/ Utiliser ce qui précède pour donner une construction géométrique de M', on fera une figure.

EXERCICE N11 :

Soit le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$) . A chaque point M d'affixe z non nul

On associe le point M' d'affixe z' tel que : z' = $\frac{1}{\bar{z}}$

1°/ Montrer que quel que soit le point M distincts de O, on a : OM × OM' = 1

2°/ Dans cette question le point M appartient à la droite D d'équation : y = - x + $\frac{1}{2}$

a) Montrer que l'affixe z de M s écrit alors z = x + ($\frac{1}{2}$ - x) i où x l'abscisse de M

b) Montrer que lorsque M appartient à la droite D, l'affixe z de M vérifie l'égalité :

$$|\bar{z}(1+i)-1| = \sqrt{2}|\bar{z}| \; et\, donc\, aussi : \left|\frac{1}{\bar{z}}-(1+i)\right| = \sqrt{2}$$

c) En déduire que si M appartient à la droite D, M' appartient à un cercle (C) dont on déterminera le centre et le rayon. Tracer D et (C)

EXCERCICE N°12 :

1°/ a) Montrer que l ensemble des points M du plan complexe dont l affixe z = x + iy vérifie la relation :

(3 – 2i)z + (3 + 2i) $\bar{z}$ –12 = 0 (I) est une droite D que l on déterminera par une équation cartésienne et aussi par un point et vecteur directeur

b) Représenter cette droite dans le plan complexe rapporter à un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$) . l'unité graphique étant de 1cm .

c) Montrer qu il existe un seul réel z_0 et un seul imaginaire pur z_1 qui, vérifient la relation (I) Calculer z_0 et z_1

2°/ Soit A et B les point d'affixes respectives 3 + 5i et –3 + i

a) Représenter ces points sur le graphique précédent

b) Montrer que la droite D est la médiatrice du segment $[AB]$.

3°/ Quel est l'ensemble des points M du plan complexe dont l'affixe z vérifie la relation $|3+5i-z| = |-3+i-z|$