

SERIE 1

FORME ALGEBRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE EXERCICES

1 Sommes et produits dans \mathbb{C} Soit les nombres complexes $z = 4 - 2i$ et $z' = -2 - 5i$.

Mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + bi$:

a) $z + z'$	b) $2z - 4z'$	c) $z \times z'$	d) z'^2	e) z^3	f) $(-2 - z)(3 - 4z')$
-------------	---------------	------------------	-----------	----------	------------------------

2 Valeurs prises par un polynôme $P(z)$ est le polynôme défini pour tout nombre complexe z par :

$$P(z) = 2z^2 + 3(-1 + i)z - 3 - i.$$

1° Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants:

a) $P(0)$	b) $P(1)$	c) $P(i)$	d) $P(1 - 2i) >$	e) $P(-1 - 2i)$	f) $P(2 - i)$
-----------	-----------	-----------	------------------	-----------------	---------------

2° Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de $P(x + iy)$ où x et y sont des nombres réels.

3 Inverses et quotients dans \mathbb{C} Soit les nombres complexes $z = 2 - 5i$ et $z' = -1 - 2i$.

Mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + bi$:

a) $\frac{1}{z}$	b) $-\frac{2}{z'}$	c) $\frac{z}{z'}$	d) $\frac{1+z}{1-z'}$
------------------	--------------------	-------------------	-----------------------

4 Inverses et quotients dans \mathbb{C} Mettre sous la forme algébrique $a + bi$ les nombres complexes suivants:

a) $\frac{1}{1-i}$	b) $-i + \frac{1}{2i}$	c) $\frac{1-3i}{2+i}$	d) $\left(\frac{1-3i}{2+i}\right)^2$	e) $\frac{1-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$
--------------------	------------------------	-----------------------	--------------------------------------	-------------------------------------

5 Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes (L'inconnue est notée z ou r)

a) $z^2 = -16$;	b) $z^2 = -3$	c) $z^2 = 5$	d) $z^2 - 3z + 4 = 0$
e) $r^2 + r + 2,5 = 0$		f) $-r^2 + 3r + 1 = 0$	
g) $4z^2 + 12z + 9 = 0$.			

REPONSES

1 a) $2 - 7i$	b) $16 + 16i$	c) $-18 - 16i$	d) $-21 + 20i$	e) $16 - 88i$	f) $-106 - 98i$
---------------	---------------	----------------	----------------	---------------	-----------------

2 1° a) $-3 - i$	b) $-4 + 2i$	c) $-8 - 4i$	d) $-6 >$	e) $10i$	f) 0
------------------	--------------	--------------	-----------	----------	--------

2° $P(x + iy) = 2x^2 - 3x - 2y^2 - 3y - 3 + i(4xy + 3x - 3y - 1)$. $\text{Re}(P(x + iy)) = 2x^2 - 3x - 2y^2 - 3y - 3$
 $\text{Im}(P(x + iy)) = 4xy + 3x - 3y - 1$

3 a) $\frac{2}{29} + \frac{5}{29}i$	b) $\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$	c) $\frac{8}{5} + \frac{9}{5}i$	d) $-\frac{1}{2} - 2i$
-------------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	------------------------

4 a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	b) $-\frac{3}{2}i$	c) $-\frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$	d) $-\frac{48}{25} + \frac{14}{25}i$	e) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
-----------------------------------	--------------------	----------------------------------	--------------------------------------	--

5 a) $S = \{4i; -4i\}$	b) $S = \{-i\sqrt{3}; i\sqrt{3}\}$	c) $S = \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}\}$	d) $S = \left\{\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{7}}{2}\right\}$
------------------------	------------------------------------	----------------------------------	--

e) $S = \{-0,5 + 1,5i; -0,5 - 1,5i\}$	f) $\left\{\frac{\sqrt{5}-3}{2}, \frac{-\sqrt{5}-3}{2}\right\}$	g) $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$
---------------------------------------	---	--------------------------------------