Bac national 2008-2016 : nombre complexe

www.oet1.com

Session normal 2008

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 6z + 34 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{e_1}, \vec{e_2})$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a = 3 + 5i$; $b = 3 - 5i$ et $c = 7 + 3i$

Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la translation t de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $z_0 = 4 - 2i$

a–montrer que $\forall z \in \mathbb{C} : z' = z + 4 - 2i$ puis déduire que C est l'image de A par t

b–montrer que $\frac{b-c}{a-c} = 2i$

c-déduire que le triangle ABC est rectangle et que $BC = 2AC$

Session normal 2009

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$; on considère les points A ; B et C d'affixe respective $z_A = 2 - 2i$; $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $z_C = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$

1-determiner la forme trigonométrique des nombre a et b

2-soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$

a- Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la rotation R montrer que z'=bz

b-vérifier que point C est l'image du point A par la rotation R

3-montrer que $\arg c \equiv \arg a + \arg b [2\pi]$ puis déduire un argument de c

Session de rattrapage 2009

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 6z + 25 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a = 3 + 4i$; $b = 3 - 4i$ et $c = 2 + 3i$ et $d = 5 + 6i$

a-calculer $\frac{d-c}{a-c}$ puis déduire que les points A ; B et C sont alignées

b– montrer que $p = 3 + 8i$ est l'affixe du point P image du point A par l'homothétie h de centre B et de rapport $3/2$

c–écrire sous la forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{d-p}{a-p}$ puis déduire que $\frac{\pi}{4}$ est la mesure De l'angle $(\widehat{\overrightarrow{PA}; \overrightarrow{PD}})$ et que $PA = \sqrt{2}PD$

Session de rattrapage 2010

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 8\sqrt{3}\ z + 64 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a = 8i$; $b = 4\sqrt{3} - 4i$ **et**

$c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$

Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{4\pi}{3}$

a- Soit z l'affixe du point $M(z)$ **et z' l'affixe du point** $M'(z')$ **image de** $M(z)$ **par la rotation R**

montrer que $z' = (-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})z$

b-vérifier que point B est l'image du point A par la rotation R

c-montrer que $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

puis écrire sous la forme trigonométrique $\frac{a-b}{c-b}$

d–déduire que triangle ABC est équilatérale

Session normal 2011

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 18\ z + 82 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a = 9 + i$; $b = 9 - i$ **et** $c = 11 - i$

a–montrer que $\frac{c-b}{a-b} = -i$

Puis déduire que le triangle ABC **est isocèle rectangle en B**

b-donner la forme trigonométrique du nombre complexe 4(1-i)

c-montrer que (c-a)(c-b)=4(1-i) puis déduire que $AC \times BC = 4\sqrt{2}$

d-soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$

a- Soit z l'affixe du point $M(z)$ **et z' l'affixe du point** $M'(z')$ **image de** $M(z)$ **par la rotation R**

montrer que $z' = -iz + 10 + 8i$

Puis vérifier que l'affixe du point C' l'image du point C par la rotation R est 9-3i

Session normal 2012

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 12z + 61 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{e_1}, \vec{e_2})$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a = 6 - 5i$; $b = 4 - 2i$ **et** $c = 2 + i$

a-calculer $\frac{a-c}{b-c}$ **puis déduire que les points A ; B et C sont alignées**

b–on considère la translation T de vecteur $\vec{u}$ **d'affixe 1+5i**

Vérifier que l'affixe du point D image du point C par la translation T est d=3+6i

c−montrer que $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$ et que $\frac{3\pi}{4}$ est un argument du −1+i

d−déduire une mesure de l'angle $\left(\overline{\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CD}}\right)$

Session normal 2013

Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a=7+2i$; $b=4+8i$ et $c=-2+5i$

1-a-verifier que (1+i) (-3+6i)=-9+3i et montrer que $\frac{c-a}{b-a}=1+i$

b−déduire que $AC=AB\sqrt{2}$ et donner une mesure de l'angle $\left(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$

2−on considère la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a−montrer que l'affixe du point D image du point A par la translation R est d=10+11i

b−calculer $\frac{d-c}{b-c}$ puis déduire que les points B ; C et D sont alignés

Session normal 2014

1- **résoudre dans** $\mathbb{C}$ **l'équation** $(E): z^2-z\sqrt{2}+2=0$

2−on considere le nombre complexe $u=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{6}}{2}$

a-montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que $\arg u\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

b-on utilisant la forme trigonométrique de u montrer que u^6 est un réel

3-**Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé** $\left(o,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$

On considère les points A et B d'affixes respective $a=4-4i\sqrt{3}$ et $b=8$

et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

a- Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la rotation R donner l'expression de z' en fonction de z

b−vérifier que B est l'image de A par la rotation R puis déduire que le triangle OAB est équilatéral

Session normal 1-2015

Partie1 soit à un nombre complexe tel que $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

1- Montrer que le module de a est $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

2- vérifier que $a=2(1+\cos\frac{\pi}{4})+2i\sin\frac{\pi}{4}$

3- a- par la linéarisation de $\cos^2\theta$ tel θ est un réel ; montrer que $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$

b-montrer que $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (on rappelle que $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$)

c-montrer que $4\cos\frac{\pi}{8}(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8})$ est la forme trigonométrique de a

puis montrer que $a^4=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$

partie2 -Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $\left(o,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$

On considère les points Ω et A d'affixes respective $\omega=\sqrt{2}$ et $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

et R la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1−Montrer que b l'affixe du point l'image de A par la rotation R est 2i

2−determiner l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z-2i|=2$

Session normal 2-2015

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2+10z+26=0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A ; B ; C et Ω d'affixes respective $a=-2+2i$; $b=-5+i$; $c=-5-i$ et $\omega=-3$

a-montrer que $\frac{b-\omega}{a-\omega}=i$

b-déduire la nature du triangle ΩAB

3− soit le point D image de C par la translation T de vecteur $\vec{u}$ tel que $aff(\vec{u})=6+4i$

a− montrer que d l'affixe du point D est d=1+3i

b−montrer que $\frac{b-d}{a-d}=2$ puis déduire que le point A est milieu du segment $[BD]$

Session de rattrapage -2015

1-a- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-8z+32=0$

b-soit le nombre complexe a tel que a=4+4i

Écrire le nombre a sous la forme trigonométrique puis déduire que a^{12} est un réel négatif

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A ; B et C d'affixes respective $a=4+4i$; $b=2+3i$ et $c=3+4i$

Soit R la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la rotation R

a- montrer que $z' = iz + 7 + i$

b- vérifier que d l'affixe du point D l'image du point A par la rotation R

est d=3+5i

c- montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z-3-5i| = |z-4-4i|$ **est la droite (BC)**

Session normal -2016

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 4z + 29 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{e_1}, \vec{e_2})$

On considère les points A ; B et Ω d'affixes respective $a = 5 + 2i$; $b = 5 + 8i$ **et** $\omega = 2 + 5i$

a-soit le nombre complexe $u = b - \omega$

Vérifier que u=3+3i puis démontrer que $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

b-déterminer l'argument du nombre complexe $\overline{u}$ **(**$\overline{u}$ **est le conjugue de u)**

c-vérifier que $\overline{u} = a - \omega$ **puis déduire que ΩA=ΩB et que** $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

d- on considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Déterminer l'image de A par la rotation R

Session de rattrapage -2016

1- résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 8z + 41 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{e_1}, \vec{e_2})$

On considère les points A ; B ; C et Ω d'affixes respective $a = 4 + 5i$; $b = 3 + 4i$; $c = 6 + 7i$ **et** $\omega = 4 + 7i$

a-calculer $\frac{c-b}{a-b}$ **puis déduire que les points A ; B et C sont alignées**

b-soit z l'affixe du point M et z' l'affixe des points M' image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

Montrer que z'=-iz-3+11i

c- **Déterminer l'image de C par la rotation R puis donner la forme trigonométrique du nombre complexe** $\frac{a-\omega}{c-\omega}$