

résumé

Ensembles de nombres

résumé à savoir sur les ensembles de nombres.

- Ensemble \mathbb{N} des entiers naturels.
- Ensemble \mathbb{Z} des entiers relatifs.
- Ensemble \mathbb{D} des décimaux relatifs.
- Ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels.
- Ensemble \mathbb{R} des nombres réels.

On a les inclusions : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
signifiant que:

- Tous les entiers naturels sont des entiers relatifs, ce sont les relatifs positifs :

La réciproque est fausse, car il y a des entiers négatifs : -1 par exemple.

- Tous les entiers relatifs sont des décimaux relatifs, ce sont les décimaux entiers : $1 = 1,00$ par exemple.
- La réciproque est fausse, car il y a des décimaux non entiers : $1,2$ par exemple.

- Tous les décimaux relatifs sont des rationnels, ce sont les rationnels décimaux : $0,5 = \frac{1}{2}$ par exemple.

La réciproque est fausse, car il y a des rationnels non décimaux : $\frac{1}{3}$ par exemple.

- Tous les rationnels sont des réels, ce sont les réels rationnels : tout ceux qui peuvent s'écrire sous la forme d'un quotient de deux entiers relatifs.

La réciproque est fausse, car il y a des réels irrationnels : $\sqrt{2}$ par exemple.

L'adjonction d'un des symboles suivants aux ensembles précédents, indiquent:

- * : "sauf zéro" . Par exemple: \mathbb{R}^* : Ensemble des réels non nuls.
- + : "positif ou nul" . Par exemple: \mathbb{Q}^+ : Ensemble des rationnels positifs ou nuls.
- : "négatif ou nul" . Par exemple: \mathbb{Z}^- : Ensemble des entiers négatifs ou nuls.
- $-\{a\}$: "sauf le nombre a" . Par exemple: $\mathbb{R}-\{3\}$: Ensemble des réels sauf 3.

En cumulant deux symboles, on a par exemple : \mathbb{R}^{+*} : Ensemble des réels strictement positifs.

Intervalles de \mathbb{R} .

Pour les parties de \mathbb{R} d'un seul morceau, on utilise les **intervalles**:

Intervalles bornés: (a et b sont 2 réels appelés les bornes de l'intervalle)

$[a ; b]$ intervalle fermé.

$] a ; b [$ intervalle ouvert.

$[a ; b [$ intervalle fermé à gauche et ouvert à droite.

$] a ; b]$ ouvert à gauche et fermé à droite.

Intervalles non bornés:

$] a ; + \infty [$ intervalle ouvert et non borné à droite.

$] - \infty ; a [$ intervalle ouvert et non borné à gauche.

$] - \infty ; + \infty [$ intervalle ouvert, non borné à gauche et non borné à droite.

$[a ; + \infty [$ intervalle fermé à gauche, ouvert et non borné à droite.

$] - \infty ; a]$ intervalle ouvert et non borné à gauche et fermé à droite.

On peut aussi avoir besoin de réunion d'intervalles,
par exemple:

$] - \infty ; 2 [\cup] 2 ; 4 [\cup] 4 ; + \infty [= \mathbb{R} - \{ 2 ; 4 \}$.