Exercices corrigés droite dans le plan

EXERCICE.1. On donne A (-1 ;1) ; B (1 ;3) C (3 ;1) ; D (1 ;-2). I milieu de [AC].
Pour chaque cas, indique toutes les bonnes réponses.
a) Quelles sont les vraies ?
(1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
(2) (BD) // (xx')
(3) (BD) // (yy')
(4) AB = AD
(5) IB = IC
b) ABCD est un :
(1) rectangle
(2) losange
(3) parallélogramme
(4) carré
(5) polygone

EXERCICE.2 Calcule les coordonnées des points d'intersection de la droite (D) avec les axes (OI) et (OJ) du repère quand (D) a pour équation :

a) $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y + 2 = 0$
b) $\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}y + 1 = 0$
c) -3x + 2y +8 = 0
d) 4x +7y - 9 = 0

EXERCICE.3. Soit (D) : $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y + 1 = 0$
Trouve l'ordonnée du point de (D) dont l'abscisse est -3.

EXERCICE.4. Le plan est muni du repère (O, I, J).
A (5 ; 3) ; B (-3 ; 2) et C (0 ;-4) sont trois points.
1) Justifie que A, B et C ne sont pas alignés.
2) Trouve une équation de la droite (D) dans chacun des cas suivants :
- (D) est la droite passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{BC}$
- (D) est la droite passant par B et parallèle à la droite (AC).

EXERCICE5. Le plan est muni du repère (O, I, J).
Dans chacun des cas suivant, calculer le coefficient directeur de la droite (AB).
A (-1 ;2) et B (1 ;-3)
A (2 ;$\frac{1}{2}$) et B (-1 ;-2)

EXERCICE6. Le plan est muni du repère (O, I, J).
1) donne une équation de la droite (D) passant par A(1 ;2) et de coefficient directeur a = -2
2) donne une équation de la droite (D') passant par B (-2 ;1) et de coefficient directeur a'= $\frac{1}{2}$.
3) Trouve le point d'intersection de (D) et (D').
4) Comment sont les droites (D) et (D') ?

EXERCICE7. Le plan est muni du repère (O, I, J). Construis la droite (D) passant par le point A (0 ;2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{BC}$ (-2 ;3).
Les points E (1 ;- $\frac{1}{2}$) et F (-4 ;-4) appartiennent-ils à (D) ?

EXERCICE8. Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne A (1 ;2) ; B (4 ;-3) et C (-3 ;2)
1) Trouve une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à (BC).
2) Trouve une équation de la droite (D') passant par A et perpendiculaire à (BC)

EXERCICE 9 Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J)
(D) : y = $-\frac{1}{4}x+1$.
Donne une équation de chacune des droites perpendiculaires à (D) suivantes :
1) (D_1) passe par le point O
2) (D_2) a pour ordonnée à l'origine -2
3) (D_3) passe par le point J

EXERCICE10. Soit A (-3 ;-3) ; B (-1 ;5) et C (7 ;1).
1) Détermine les équations réduites de (AB), (AC) et (BC).
2) Calcule les coordonnées des milieux respectifs J, K et L des segments [AB], [AC] et [BC].
3) Détermine les équations réduites des supports des médianes [CJ] ; [BK] et [AL] du triangle ABC.
4) Vérifie que G (1 ;1) appartient aux trois médianes
5) Vérifie que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{O}$

EXERCICE11
(d) est la droite d'équation y = 2x - 3 dans un repère orthonormé (O, I, J). Indique la bonne réponse.
1. Le coefficient directeur de la droite (d) est égal à :
a) 3 b) 2 c) -3 d) -2
2) Le quel des points A, B, C est sur (d) ?
a) A (4 ;4) b) B (-1 ;-5,1) c) C (20 ;37)
3) Toutes les droites (D) parallèles à (d) ont un coefficient directeur :
a) -3 b) 2 c) variable selon D.
4. Toutes les droites (D) perpendiculaires à (d) ont un coefficient directeur :

a) -2 b) variable selon D c) $-\frac{1}{2}$

EXERCICE12

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points : A (-4 ;-2) ; B (1 ;4) et C (-2 ; -3).

1. Ecris une équation de la droite (AB)
2. Ecris une équation de la droite (D) passant par C et parallèle à (AB).
3. Ecris une équation de la droite (D') passant par A et perpendiculaire à (AB).

EXERCICE13

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les droites (L) et (L') d'équation respectives $x - 2y - 3 = 0$ et $y = -2x + 1$

1. mettre l'équation de (L) sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont des nombres réels.
2. (L) et (L') sont :

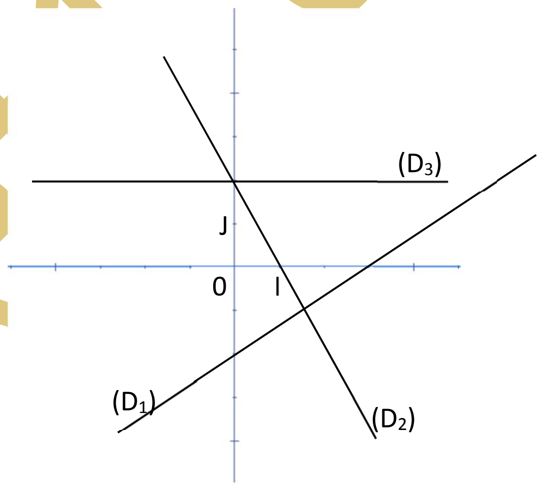
a) parallèles ; b) perpendiculaires

choisir la bonne réponse.

3. Représente (L) et (L') dans le même repère

EXERCICE14

Voici trois droites (D_1) , (D_2) et (D_3)
Représentées dans le repère orthonormé ci-contre.



Soient les équations suivantes :

$Y = 2$; $\frac{1}{2}y + x - 1 = 0$; $x + 2y - 3 = 0$ et $-\frac{2}{3}x + y + 2 = 0$

1) Associe à chaque droite son équation
2) Dis à quelle droite appartient chacun des points suivants :

A $(1 ;-\frac{4}{3})$; B (0 ;2) et C (6 ; -2).

EXERCICE15

Soit la droite (D) d'équation $3x - 2y + 1 = 0$. Choisi parmi les points suivants ceux qui appartiennent à la droite (D) : A $(0 ; \frac{1}{2})$; B (-1 ;2) ; C (-3 ;4) et E $(\frac{1}{3} ;1)$.

EXERCICE 16 Dans un repère orthonormé, on considère les points A (-1 ;2) ;
B (3 ;4) et C (5 ;6).

1. Ecris une équation de la droite (AB)
2. Ecris une équation de la droite (D_1) passant par A et parallèle à (BC)
3. Ecris une équation de la droite (D_2) passant par B et perpendiculaire à la droite (AC).

EXERCICE17

1. Représente dans un repère orthonormé les droites (D_1) et (D_2) d'équation respectives $2x - y - 3 = 0$ et $x - y - 1 = 0$.

2. En déduire la solution du système $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$

corrections

ex 1

a) (3) (BD) // (yy')

b) (f) polygone

ex2

a) $\frac{1}{2}$x - $\frac{2}{3}y+2=0$ intersection avec (OI).

x = 0 et on a : $\frac{1}{2}$ (0) -$\frac{2}{3}y+2=0$ donc $\frac{2}{3}y=2$ A (0,3)

donc y = 3

* Intersection avec (OJ)

Y = 0 et on a : $\frac{1}{2}$x - $\frac{2}{3}$ (0) + 2 = 0 donc $\frac{1}{2}$x + 2 = 0

donc $\frac{1}{2}$x = -2 B (-4 ;0)

donc x = -4

b) $\frac{4}{5}x+\frac{1}{5}y+1=0$ on procède de la même façon et on trouve l'intersection avec (OI) A (0 ;-5).

Intersection avec (OJ) B $(-\frac{5}{4},0)$

c) -3x + 2y + 8 = 0

intersection avec (OI) : A (0 ;-4)

intersection avec (OJ) : B ($\frac{8}{3}$; 0)

d) 4x +7y - 9 = 0

intersection avec (OI) : A (0 ; $\frac{9}{7}$)

intersection avec (OJ) : B ($\frac{9}{4}$;0)

ex3 (D) : $\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y+1=0$

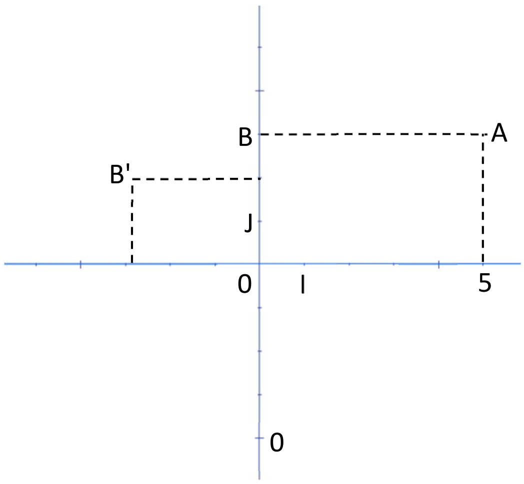
Trouvons l'ordonnée du point de (D)
dont l'abscisse est -3 il suffit de résoudre

l'équation $\frac{1}{2}(-3)-\frac{2}{3}y+1=0$

donc -$\frac{3}{2}-\frac{2}{3}y+1=0$

Donc $\frac{2}{3}y=-\frac{1}{2}$

donc $y=-\frac{3}{4}$



Ex4

1. graphiquement, on constate que A, B et C ne sont pas alignés. On peut aussi et surtout montrer par le calcul.

$\overrightarrow{AB}(-8;-1)$ $\overrightarrow{AC}(-5;-7)$.

(-8) (-7) – (-1) (-5) = 56 – 5 = 51 $\neq$ 0 donc A, B et C sont non alignés.

2. (D) est la droite passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{BC}$. Trouvons une équation de (D).

Soit M (x ; y) M $\in$(D) équivaut à B, C et AM sont colinéaires

équivaut à 3 (y – 3) – (-6) (x + 5) = 0 avec $\overrightarrow{AM}$ (x-5 ; y-3) et $\overrightarrow{BC}$ (3 ;-6)

équivaut à 3y – 9 + 6x – 30 = 0

équivaut à 6x + 3y – 39 = 0

(D) : 6x + 3y – 39 = 0

* (D) est la droite passant par B et parallèle à la droite (AC).

Soit M (x ; y) M $\in$(D) équivaut à $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires $\overrightarrow{BM}$ (x+3 ; y-2) et $\overrightarrow{AC}$ (-5 ;-7).

équivaut à (x+3) (-7) – (y-2) (-5) = 0

équivaut à -7x -21 + 5y -10 = 0

équivaut à -7x +5y -31 = 0

(D) : -7x +5y -31 = 0

ex5 Calculons le coefficient directeur de la droite (AB).

1. A (-1 ;2) B (1 ;-3).

a = $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-3-2}{1-(-1)} = -\dfrac{5}{2}$ a = -$\dfrac{5}{2}$

2. A (2 ;$\dfrac{1}{2}$) B (-1 ;-2=

a = $\dfrac{-2-\frac{1}{2}}{-1-2} = \dfrac{-\frac{5}{2}}{-3} = \dfrac{\frac{5}{2}}{3}$ a = $\dfrac{5}{6}$

ex6 . 1) Donnons une équation de la droite (D) passant par A (1 ;2) et de coefficient directeur a = -2.

(D) : y = ax + b $\Leftrightarrow$ y = - 2x + b

A $\in$ (D) équivaut à 2 = - 2 (1) + b équivaut à b = 2 + 2 = 4

(D) : y = - 2x + 4

2. Donnons une équation de (D') passant par B (-2 ; 1) et de coefficient directeur a' = $\dfrac{1}{2}$.

(D) : y = $\dfrac{1}{2}$x + b.

B $\in$(D') équivaut à 1 = $\dfrac{1}{2}$ (-2) + b équivaut à b = 2

(D') : y = $\dfrac{1}{2}$x + 2

3. Trouvons les coordonnées du point M (x ; y) intersection de (D) et (D').

M = (D) $\cap$ (D') équivaut à $\begin{cases} y = -2x + 4 & \text{les coordonnées de M vérifient à la fois} \\ y = \frac{1}{2}x + 2 & \text{l'équation de (D) et l'équation de (D')} \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ -2x + 4 = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$

équivaut à $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases}$

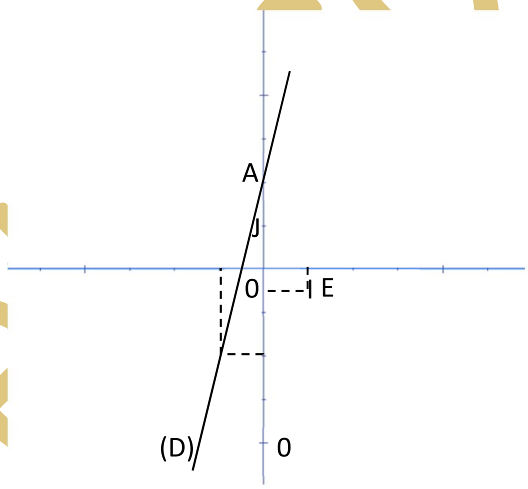
équivaut à $\begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$ $\quad$ M $(\frac{4}{5} ; \frac{12}{5})$

4. $a \times a' = (-2) \times (\frac{1}{2}) = -\frac{2}{2} = -1$

Donc (D) et (D') sont perpendiculaires.

Ex7. Construisons la droite (D) passant par A (0 ;2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{BC}$ (-2 ; 3).

(D) : ax + by + c = 0 et un vecteur directeur est (-b ; a) $\overrightarrow{BC}$ est un vecteur directeur de (D) donc (D) : 3x – 2y + c = 0



A $\in$ (D) équivaut à $3x_A - 2y_A - C = 0$

équivaut à 3 (0) – 2 (2) + C = 0 $\quad$ (D) : 3x

- 2y + 4 = 0

équivaut à C = 4

E $\in$ (D) si et seulement si les coordonnées de E vérifient l'équation de (D).

$3x_E - 2\,y_A + 4 = 3\,(1) - 2\,(-\frac{1}{2}) + 4$

$= 3 + 1 + 4 \neq 0$

Donc E $\notin$ (D).

F $\in$ (D) si et seulement si : $3x_F - 2y_F + 4 = 0$

$3x_F - 2y_F + 4 = 3\,(-4) - 2\,(-4) + 4 = -12 + 8 + 4 = 0.$

Donc F$\in$ (D).

Ex8. A (1 ; 2) B (4 ;-3) C (-3) 2)

1. Trouvons une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à (BC).

Soit M $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\quad$ M $\in$ (D) équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

équivaut à 5 (x-1) – (-7) (y-2) = 0 $\quad \overrightarrow{AM}$ (x-1 ; y-2)

$\overrightarrow{BC}$ (-7 ; 5)

équivaut à 5x + 7y - 19 = 0

(D) : 5x + 7y – 19 = 0.

2. Trouvons une équation de la droite passant par A et perpendiculaire à (BC).

Soit M (x ; y) M $\in$ (D') équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont des support perpendiculaires
équivaut à -7 (x-1) + 5 (y-2) = 0
équivaut à - 7x + 5y – 3 = 0
(D') : -7x + 5y – 3 = 0

Ex9

(D) : y = - $\frac{1}{4}$x + 1   a = - $\frac{1}{4}$.

1. Equation de (D_1) passant par O et perpendiculaire à (D).

(D_1) : y = a_1x + b_1

(D) $\perp$ (D_1) aa_1 = 1 équivaut à - $\frac{1}{4}$ a_1 = -1.
équivaut à a_1 = 4

(D_1) : y = 4x + b_1 Or O $\in$ (D_1) donc O = 4 (0) + b_1 équivaut à b = 0

(D_1) : y = 4x.

2. (D_2) est perpendiculaire à (D) et a pour ordonnée à l'origine -2. C'est-à-dire b_2 = -2.

(D_2) : y = a_2x + b_2.

(D) $\perp$ (D_2) équivaut à aa_2 = - $\frac{1}{4}$ équivaut à a_2 = 4 équivaut à y = 4x + b_2.

b_2 = -2 donc (D_2): y = 4x – 2

3. (D_3) est perpendiculaire à (D) et passe par le point J. nous savons que J (O, 1) et posons (D_3) : y = a_3x + b_3

(D) $\perp$(D_3) équivaut à a_3 = 4   équivaut à (D_3) : y = 4x + b_3

J $\in$(D_3) équivaut à y_J = 4 (x_I) + b_3
Équivaut à 1 = b

(D_3): y = 4x + 1

Ex10 . A (-3;-3) B (-1; 5) et C (7; 1)

1) déterminons l'équation réduite de (AB). Elle est de la forme

Y = ax + b

A $\in$(AB) équivaut à y_A = ax_A + b équivaut à -3 = -3a + b

B $\in$ (AB) équivaut à y_B = ax_B + b équivaut à 5 = - a + b

Résolvons le système $\begin{cases} -3 = -3a + b \\ 5 = - a + b \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} -3 = -3a + b & (1) \\ a = b - 5 & (2) \end{cases}$

En remplaçant a par sa valeur dans (1) on obtient :

-3 = -3 (b-5) + b donc - 3 = - 3b + 15 + b
Donc - 18 = - 2b
donc b = $\frac{-18}{-2} = 9$ a = b – 5 donc a=9-5=4

Donc (AB) : y = 4x + 9

On procède de la même façon pour trouver l'équation réduite de (AC).

A $\in$(AC) donc y_A = ax_A + b donc -3 = -3a + b

$C \in (AC)$ donc $Y_C = ax_C + b$ donc $1 = 7a + b$

La résolution du système $\quad -3 = -3a + b$

$1 = 7a + b$ nous donne $a = \frac{2}{5}$ $\quad b = -\frac{9}{5}$

donc (AC) : $y = \frac{2}{5}x$

* équation réduite de (BC). On trouve en procédant de la même façon : (BC) : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

2. Coordonnées des milieux des segments :

J = milieu de [AB] équivaut à $J\left(\frac{x_B + x_A}{2} ; \frac{y_B + y_A}{2}\right)$

équivaut à J (-2 ; 1)

K = milieu de [AC] équivaut à $K\left(\frac{x_C + x_A}{2} ; \frac{y_C + y_A}{2}\right)$

équivaut à K (2 ; -1)

L = milieu de [BC] équivaut à $L\left(\frac{x_C + x_B}{2} ; \frac{y_C + y_B}{2}\right)$ équivaut à L (3 ;3)

3. On procède comme à la question 1. pour trouver l'équation réduite de

(CJ) : y = 1

(BK) : y = -2x + 3

(AL) : y = x

(CJ), (BK) et (AC) sont les médiatrices du triangle ABC.

4. vérifions que G (1,1) appartient au trois médianes

Pour (CJ) y = 1 $\quad y_G = 1$ donc $G \in$(CJ).

Pour (BK) : y = -2x + 3 $\quad$ 1 = -2 (1) + 3 donc $G \in$ (BK)

Pour (AL) : y = x $\quad$ 1 = 1 donc $G \in$ (AL).

5. Vérifions que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{GA}$ (-4 ;-4) $\quad \overrightarrow{GB}$ (-2 ;4) $\quad$ et $\overrightarrow{GC}$ (6 ;0)

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ (-4 -2 + 6 ; - 4 + 4 + 0)

donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$ (0 ;0)

Donc $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$