Serie d'exercices de maths 1s-2ph-2018/2019ذ الرقبة

www.0et1.com

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants déterminer le domaine de dérivabilité de f et sa fonction dérivée f'

1) $f(x) = \sqrt{x^4 + 5x^2 + 1} - x$

2) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+2}$

3) $f(x) = (x^2 + x + 2)\sqrt{x^2+1}$

Exercice 2

Soit g la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par : $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$

1)a)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g sur $[1; +\infty[$

c)Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $[1; +\infty[$ une unique solution α et que α∈[1,4 ; 1,5]

d) Déterminer le signe de $g$sur $[1; +\infty[$

2)Soit f la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3+1}{4x^2-1}$

a)Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b)Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3}{8}\alpha$

c)Montrer que pour tout $x \in [1; +\infty[$ $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(4x^2-1)^2}$

d) Etudier les variations de la fonction f sur $[1; +\infty[$.

e) Montrer que f admet une fonction reciproque definie sur un intervalle I que l'on précisera.

Exercice 3

Répondre par vrai ou faux a chacune des propositions suivantes en justifiant votre réponse.

Le plan est muni d'un repère orthonormé$(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Soit f une fonction définie sur $[0; +\infty[$ verifiant : $\dfrac{x^2+2012}{x^2+2011} \leq f(x) \leq \dfrac{x^2+2011}{x^2+2010}$

1) La droite Δ d'équation $y = 1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $+\infty$

2) Pour tout réel $x \in [0; +\infty[$ la courbe de f est au dessue de la droite Δ

3) La fonction f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$

4) $\lim\limits_{x \to 0^+} f\left(\dfrac{1}{x}\right) = +\infty$

www.0et1.com

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = -x^3 + \sqrt{1-x} - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \dfrac{\cos(x-1) - 1}{x-1} - 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1)a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

b) Etudier la continuité de f en 1 $\left(\text{On rappelle que } \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x - 1}{x} = 0\right)$

2) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3)a) Montrer que pour tout réel $x > 1$, on a : $-3 - \dfrac{2}{x-1} \leq f(x) \leq -3$

b)En deduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, interpréter le résultat .

4) Soit g la restriction de f sur $]-\infty, 1]$

a)Montrer que g est strictement décroissante sur $]-\infty, 1]$ en déduire $g(]-\infty, 1])$

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans $]-\infty, 1]$

c) Vérifier que $-0{,}9 < \alpha < -0{,}8$.

d) En déduire le signe de g sur $]-\infty, 1]$

Exercice 5

Soit la fonction f définie sur I = $]-\infty, 0[$ par $f(x) = x + \sqrt{1 - \dfrac{1}{x}}$

On désigne par C sa courbe représentative dans le plan munie d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1)a) Justifier que f est dérivable sur I.

b) Calculer $f'(x)$ pour tout x appartient à I.

2)a) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$, interpréter graphiquement ce résultat

b)Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3)a) Dresser le tableau de variation de f sur I.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans I une unique solution α

c)vérifier que $-1{,}4 < \alpha < -1{,}3$

d)En déduire le signe de f

e) Montrer que $\alpha = \alpha^3 + 1$

4)a) Montrer que f admet une fonction f^{-1} réciproque définie sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - (x+1))$. interpréter graphiquement ce résultat

www.0et1.com