

# المجموعات Les ensembles

I- تقنيات الحساب الأساسية

(1) مساطر الحساب Règles de calcul

أ- الجداء Le produit

إشارات: Signes

$$(-a)(-b) = ab \quad (-a)b = a(-b) = -ab$$

إجاء منعدم: Produit nul

$$ab = 0 \Leftrightarrow (a = 0 \text{ أو } b = 0)$$

إجاء عاملين أو أكثر يكون منعدما، إذا وفقط إذا كان أحد العوامل منعدم .

متطابقات هامة: Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

توزيعية الضرب على الجمع

La distributivité de la multiplication rapport à l'addition

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

ب- الخارج Le quotient

إشارات: Signes

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

تساوي: Egalité

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

نقول الأعداد  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  تكون في هذا الترتيب تناسباً.

المجموع: L'addition و الطرح: La soustraction

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

بسط: numérateur

مقام: dénominateur

توحيد المقامات: réduire au même dénominateur

جداء و قسمة Multiplication et division

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad ; \quad \frac{a}{\frac{c}{b}} = a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \quad ; \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

ج- القوى Les puissances

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_n \text{ يمكن } n \text{ عددا صحيحا طبيعيا}$$

مع  $a^0 = 1$  par convention و لتكن  $m$  و  $n$  عددان صحيحان نسبيين

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \times n} \quad ; \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}} \quad ; \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$(ab)^m = a^m \times b^m \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$A = \left( \frac{-a^3}{c} \right)^2 \div \frac{\left[ a^7 b^{-2} (c^{-3})^{-2} \right]^{-1}}{\left[ ab^2 (c^{-2})^{-3} \right]^2}$$

مثال: بسط العدد A بحيث

تساوي  $a^n = b^n$  Egalité

- إذا كان n عددا فرديا فإن  $a = b$

- إذا كان n عددا زوجيا فإن  $a = b$  أو  $a = -b$

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{si } n \text{ est pair} \\ -a^n, & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

ملحوظة:

د- الجذور المربعة: Les racines carrées

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad \text{ليكن } a \geq 0 \text{ ؛ } \sqrt{a} \text{ هو العدد الموجب بحيث}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad ; a \geq 0 \text{ et } b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad ; a \geq 0 \text{ et } b > 0$$

$$(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} \Leftrightarrow a = b$$

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & ; a \geq 0 \\ -a & ; a \leq 0 \end{cases}$$


ملحوظة هامة:

$$A = \sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{3+2\sqrt{2}}$$

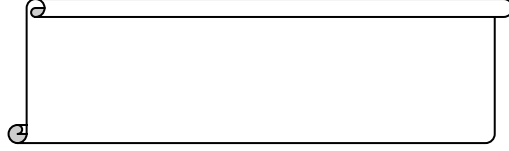
مثال: ليكن العدد A بحيث

$$a - \text{أنشر ما يلي: } (3-2\sqrt{2})^2 ; (1-\sqrt{2})^2 ; (1+\sqrt{2})^2$$

b- بين أن العدد A صحيح طبيعي

$a^b \neq b^a$  ,  $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$  : تحذير: 

الكتابة  $0^0$  ليس لها معنى.



$$A = \frac{9,801}{\sqrt{8} \left( 1,103 + \frac{24 \times 27,493}{396^4} \right)} \quad A \quad - \quad (1)$$

$$\pi \quad A \quad \pi \quad -$$

: (2)

$C = 2\sqrt{5}(\sqrt{2}+1) - \sqrt{10}(2+\sqrt{2})$	$A = \frac{1 - \frac{1}{1+0,5}}{1 + \frac{1}{1+0,5}}$
$D = \frac{\sqrt{4,9 \times 10^3}}{\sqrt{3 \times 10^2} \times \sqrt{12 \times 106}}$	$B = (-2^{-1} + 5)^{-1} \times \left(\frac{2}{5} - 1\right)^{-2}$

: B A - (3)

$$B = \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}} \quad A = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} + (\sqrt{6}+\sqrt{5})^{-1}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$$

$$A\sqrt{6} - \sqrt{10}B = 18 : -$$

$$(33333)^2 + (44444)^2 = (55555)^2 \quad - \quad (4)$$

$$2^{64} - 1 : -$$

$$\sqrt{5} \quad (5)$$

$$b \ a \ (2a-b)^2 \quad - \quad (6)$$

$$(199)^2 \quad -$$

$$A = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} ; B = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} ; C = \frac{6\sqrt{125}}{3\sqrt{5}} : \quad (7)$$

$$2^a \times 3^b \times 5^c = 648000 \quad c \ b \ a \quad (8)$$

$$abc = 1 \quad c \ b \ a \quad (9)$$

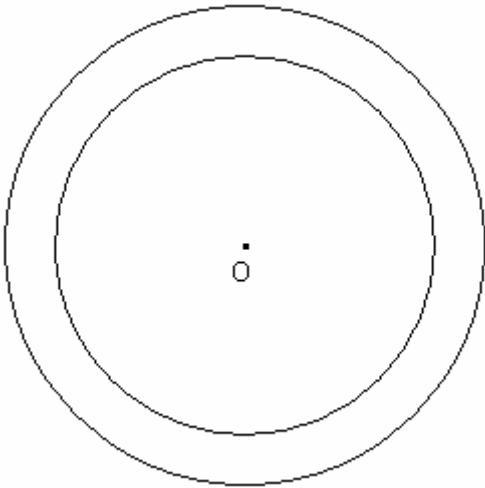
$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1 : \quad \text{✍}$$

(10) إذا علمت أن سرعة الضوء هي على  $c = 300000 \text{ km / s}$  وأن السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة من 365 يوماً، وكانت أبعد مجرة عن الأرض توجد على مسافة 12 مليار من السنوات الضوئية، فاحسب هذه المسافة مستعملاً الكتابة العلمية (بالكيلومتر).

(11)  $(C)$  و  $(C')$  دائرتان متراكزتان في  $O$  شعاع  $(C)$  هو  $r$  وشعاع  $(C')$  هو  $r+1$

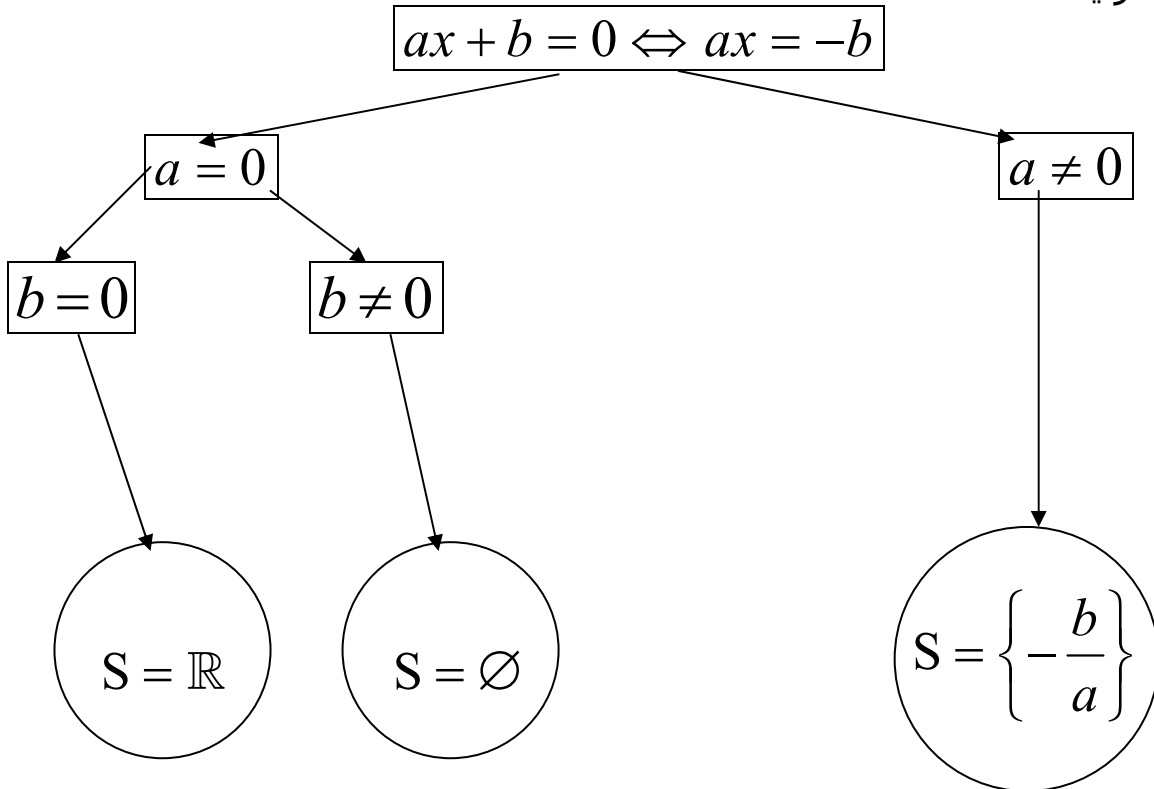
$$r \quad A \quad -$$

$$r \in \mathbb{N}^* \quad \text{✍} \quad r = 3 \quad \text{✍}$$



Equations du premier degré à une inconnue

- 1- تعريف: كل معادلة تكتب على الشكل (أو تؤول إلى الشكل)  $ax + b = 0$  بحيث  $a \in \mathbb{R}$  و  $b \in \mathbb{R}$  هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.  
 2- الحل النظري للمعادلة:



3- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

a)  $5x - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} - 4x$

b)  $\frac{2}{3}x - \frac{7}{4} = \frac{5}{6} - \frac{9}{2}x$

c)  $(4x + 3) \left( \frac{2}{3}x - 6 \right) (\sqrt{2}x - 1) \left( x - \frac{5}{7} \right) = 0$

II- المجموعات Les ensembles

Kronecker a dit : « Dieu a créé les entiers naturels et tout ce qui reste c'est l'œuvre de l'Homme »

$\mathbb{N}$  مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية  
ensemble des nombres entiers naturels

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n, n+1, \dots\}$$

$\mathbb{Z}$  مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية  
ensemble des nombres entiers relatifs

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \quad \text{و} \quad \mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$\mathbb{ID}$  مجموعة الأعداد العشرية  
ensemble des nombres décimaux  
يكون عدد عشريا إذا كان يتوفر على كتابة مكونة من عدد منته من الأرقام بعد الفاصلة  
ويسمى عددا عشريا نسبيا.  
 $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{ID}$

أمثلة:  $45, 23$  ;  $-12, 3$  ;  $16, 5$  ;

إذا كان  $x \in \mathbb{ID}$  فإنه يكتب على الشكل  $\frac{a}{10^n}$  /  $a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$

$\mathbb{Q}$  مجموعة الأعداد الجذرية  
ensemble des nombres rationnels  
يكون عدد جذري غير عشري إذا كان يتوفر على كتابة مكونة من عدد غير منته من الأرقام بعد الفاصلة، تكون في هذه الحالة الكتابة دورية.

$$10x = 21 + \underbrace{0,343434\dots}_y \quad \text{ومنه} \quad x = 2,1343434\dots = 1,1\overline{34}$$

$$10x = 21 + \frac{34}{99} \quad \text{ومنه} \quad y = \frac{34}{99} \quad \text{إذن} \quad 100y = 34 + y \quad \text{ومنه}$$

$$x = \frac{2113}{990} \in \mathbb{Q} \quad \text{وبالتالي:}$$

كل عدد جذري يكتب على شكل كسر  $\frac{p}{q}$  /  $p \in \mathbb{Z}$  و  $q \in \mathbb{Z}^*$

لكل عدد جذري كتابة مختزلة وحيدة.

العدد  $\frac{p}{q}$  غير قابل للاختزال يعني أن  $p$  و  $q$  عددان أوليان فيما بينهما.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{ID} \subset \mathbb{Q}$$

$\mathbb{R}$  مجموعة الأعداد الحقيقية  
ensemble des nombres réels

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{ID} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \quad \text{سلسلة التضمين:}$$

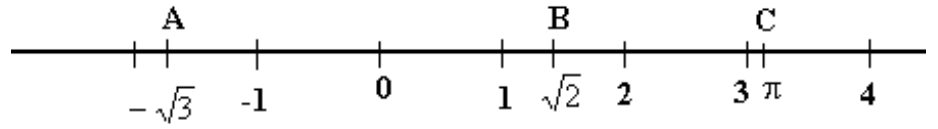
(1) أنشطة:

طول قطر مربع ضلعه 1 هو عدد لا جذري يساوي  $\sqrt{2}$   
نصف محيط دائرة شعاعها 1 هو عدد لا جذري يرمز له بالرمز  $\pi$

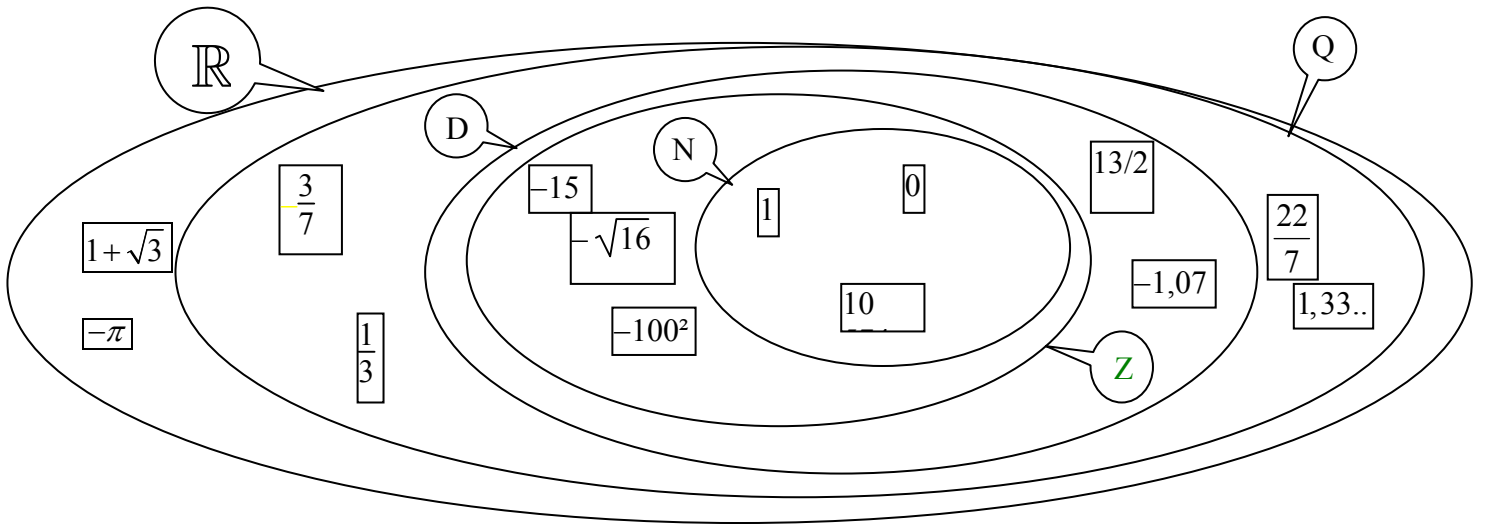
$\pi \in \mathbb{R}$  عدد لا جذري إذن  $\pi \notin \mathbb{Q}$  ;  $\pi \approx \frac{22}{7}$  ;  $\pi \approx 3,14$

$\frac{1}{3} \notin \text{ID}$  ;  $\frac{3}{7} \notin \text{ID}$  ;  $\frac{2}{5} \in \text{ID}$

(2) نمثل  $\mathbb{R}$  بمحور مدرج



$\mathbb{R}$  هي مجموعة الأعداد الجذرية واللاجزرية أي الأعداد التي يمكننا من قياس أطوال ومقابلاتها.



(3) تعميل  $n \in \mathbb{N}^*$  /  $a^n - b^n$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$$

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^{n-p}b^{p-1} + \dots b^{n-1})$$

محاسن الأزمي - الثانوية التأهيلية عبد الكريم الحلو الدار البيضاء- أنفا  
(2)

(4) نشر  $n \in \mathbb{N}$  /  $(a + b)^n$

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a + b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

مثلث السموأل Triangle de Pascal

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

(5) متطابقات هامة:

نشر		
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2$	=	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a - b)(a + b)$	=	$a^2 - b^2$
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a - b)^3$	=	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	=	$a^3 - b^3$
$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$	=	$a^3 + b^3$
نعمل		

(6) الكتابة العلمية لعدد عشري  
1.6 تعريف قوى العدد 10: ليكن  $n$  عددا صحيحا طبيعيا،

$$10^{-n} = \underbrace{0,0000\dots0001}_{n \text{ من الأصفار}} \quad \text{و} \quad 10^n = \underbrace{1000000\dots000}_{n \text{ من الأصفار}} \quad \text{لدينا}$$

### 2.6 الكتابة العلمية لعدد عشري:

الكتابة العلمية لعدد عشري موجب هي كل كتابة على شكل  $a \times 10^p$  بحيث:  
 $a \in \text{ID}$  و  $1 \leq a < 10$  و  $p \in \mathbb{Z}$

الكتابة العلمية لعدد عشري سالب هي كل كتابة على شكل  $-a \times 10^p$  بحيث:  
 $a \in \text{ID}$  و  $1 \leq a < 10$  و  $p \in \mathbb{Z}$

### 3.6 تمرين تطبيقي:

يحتوي جسم إنسان عادي على 5 لترات من الدم وكل  $1\text{mm}^3$  من الدم يحتوي على 4500000 كرية حمراء والكريات الحمراء هي على شكل أسطوانة قائمة ارتفاعها  $3\mu$  وشعاع قاعدتها  $7\mu$  ( $1\mu = 10^{-6}m$ )

أ- ما هو عدد الكريات الحمراء التي يحتوي عليها جسم إنسان عادي؟  
 ب- إذا وضعنا كل هذه الكريات الواحدة على الأخرى، فما هو طول العمود الذي سنحصل عليه؟

ج- اكتب العددين 4500000 و 81000 كتابة علمية

د- تحقق أن عدد الكريات الحمراء التي يحتوي عليها جسم إنسان عادي هو:

$$2,25 \cdot 10^{13} \text{ كرية}$$

@ أعط الكتابة العلمية لكل من الأعداد التالية

أ) 67 ب) 347,4 ج) 2513 د) 0,057 ه) 1,7342 و) 0,000027  
 محاسن الأزمي - الثانوية التأهيلية عبد الكريم الحلو الدار البيضاء- أنفا  
 (4)