

تمرين 1:

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في x_0 في الحالات التالية :

$$x_0 = 0 \quad f(x) = 3x^2 + x \quad (1)$$

$$x_0 = \frac{1}{2} \quad f(x) = |2x-1| - x \quad (2)$$

$$({}^{\ell_g}) x_0 = 0 \quad f(x) = \frac{1-x}{|x|+1} \quad (3)$$

تمرين 2:

ليكن (ℓ) المنحنى الممثل للدالة f من M م (o, \vec{i}, \vec{j})

حدد معادلة المماس للمنحنى (ℓ) في x_0 في الحالات التالية :

$$x_0 = 0 \quad f(x) = x^3 - 2x^2 \quad (1)$$

$$x_0 = 1 \quad f(x) = x^3 - 2x^2 \quad (2)$$

$$x_0 = \frac{\pi}{2} \quad f(x) = \cos 2x \quad (3)$$

تمرين 3:

أدرس تغيرات الدوال التالية :

$$f(x) = \frac{x^3-1}{x^3+1} \quad (3) \quad f(x) = x^3 - 3x^2 \quad (2) \quad f(x) = |x-1| + x^2 \quad (1)$$

$$f(x) = \tan\left(\frac{x}{2}\right) + 2, \quad -\pi < x < \pi \quad (5) \quad f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \quad (4)$$

تمرين 3:

نعتبر الدالة f المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x-1}$

- (1) بين أن منحنى الدالة f يقبل مماسين موازيين للمستقيم ذو المعادلة $y=3x$
- (2) أكتب معادلتى هذين المماسين.

تمرين 5:

نريد صنع علب اسطوانية الشكل بدون غطاء حجمها 1 l و ذلك باستعمال أقل ما يمكن من المعدن ما هو ارتفاع هذه العلبة الذي تكون من أجل أقل تكلفة .

تمرين 6:

مساحة مستطيل هي حدد بعدي هذا المستطيل لكي يكون محيطه دنويا .

تمرين 7:

من بين المستطيلات التي لها نفس المحيط ما هو المستطيل الذي مساحته قصوية (دنوية)

تمرين 8:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2 + 2x + 1}{2x^2 - 4x + 2}$

- (1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f . ثم احسب النهايات عند محددات D_f

(2) أحسب قيمتي العددين a و b بحيث $\forall x \in D_f : f(x) = ax + \frac{b}{2(x-1)^2}$

(3) استنتج من السؤال (2) أن: لكل x من D_f ، $f'(x) = \frac{(x-1)^3 - 1}{(x-1)^3}$

ثم أعط جدول تغيرات f

تمرين 9 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $\alpha \neq 0$; $f(x) = \frac{2 \sin 2x - \sin 4x}{x}$; $f(0) = 0$

(1) بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}^* ; f'(x) = 4 \sin 2x \cdot \frac{\sin^2 x}{x}$

(2) أدرس قابلية اشتقاق f في 0

تمرين 10 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x - \sqrt{4 - x^2}$

(1) حدد حيز تعريف الدالة f : D

(2) أحسب $f(0)$ و $f(-2)$

(3) حل في D المعادلة : $f(x) = -2\sqrt{2}$

(4) بين أن القيمة الدنيا المطلقة للدالة f على D هي $-2\sqrt{2}$

تمرين 11 :

(1) أنشر : $(a+1)(b+1) - 4$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(2) نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x+1}$

أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالات التالية : $]-\infty, 3]$; $]-3, -1[$; $]-1, 1[$; $]1, +\infty[$.
أعط جدول التغيرات الدالة f ثم حدد مطايرفها.

تمرين 13 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على بما يلي : $f(x) = \sqrt{1+|x|} - 1$

(1) بين أن : $D_f = \mathbb{R}$

(2) بين أن الدالة f موجبة على \mathbb{R}

(3) بين أن f دالة زوجية .

تمرين 14 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على بما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$

(1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f .

(2) أ- أحسب العددين a و b بحيث لكل x من D_f : $f(x) = a + \frac{b}{\sqrt{x} + 2}$

ب- بين أن : لكل x من D_f : $-1 \leq f(x) < 1$

(3) بين أن f تزايدية على D_f .

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

تمرين 15 :

نعتبر الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي : $f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$ و $g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}$

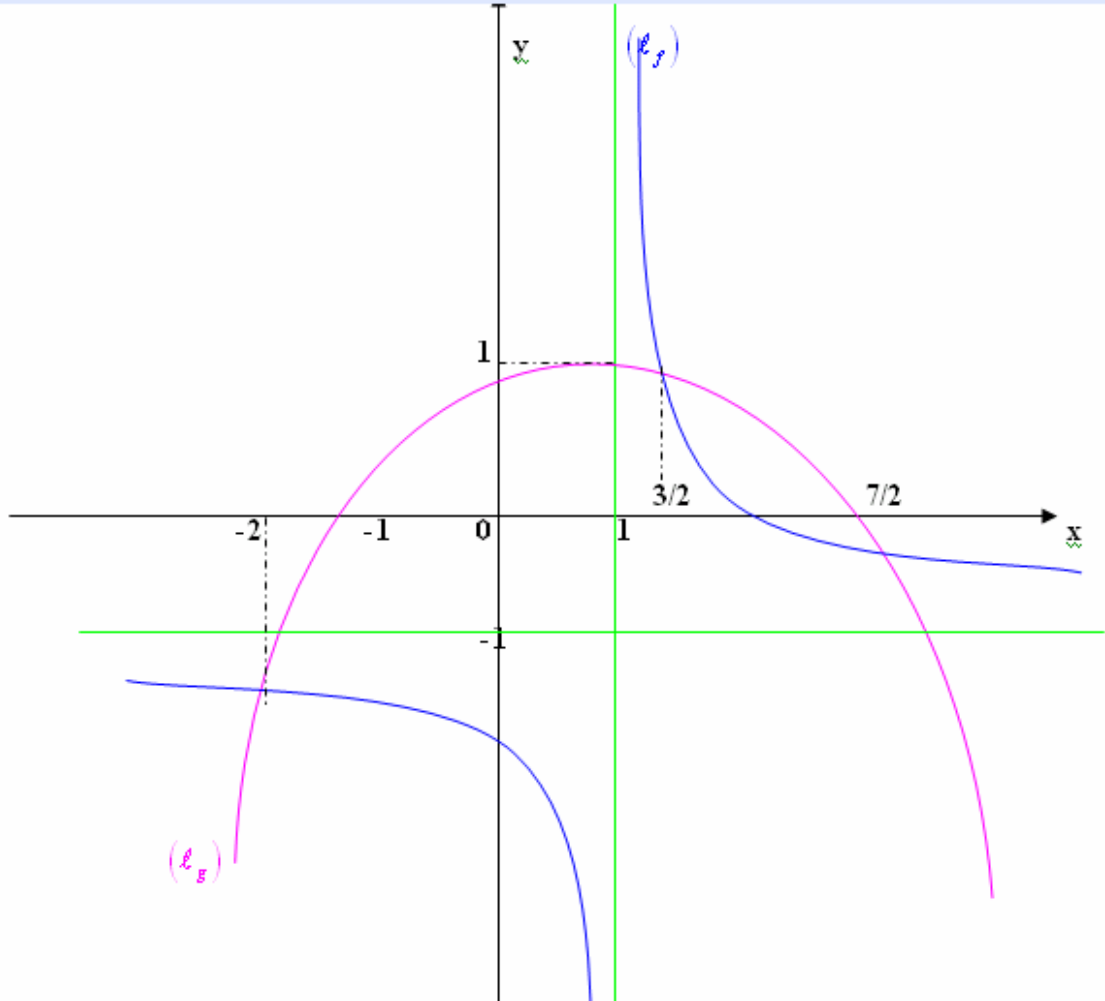
(1) حدد D_g و D_f

(2) بين أن لكل x من D_f : $f(x) = g(x)$

(3) هل الدالتان f و g متساويتان ؟ علل جوابك.

تمرين 16 :

ليكن (l_f) المنحنى الممثل للدالة f و (l_g) المنحنى الممثل للدالة g في $M(0, \vec{i}, \vec{j})$ (l_g) شلجم و (l_f) هذلول.



باستعمال التمثيل المبياني حل في \mathbb{R} المتراجعة $g(x) \leq f(x)$.

تمرين 17 :

لتكن f و g الدالتين المعرفتين بما يلي : $f(x) = x^2$ و $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(1) أعط جدول تغيرات f و g

(2) حدد مجموعتي تعريف $f \circ g$ و $g \circ f$

(3) بين أن الدالة $g \circ f$ زوجية .

(4) بين أن الدالة $g \circ f$ تناقصية على \mathbb{R}^+ . ثم اعط جدول تغيرات $g \circ f$.

(5) بين أن لكل x من \mathbb{R} : $g \circ f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

وأن لكل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f \circ g(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$

تمرين 18 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

(1) حدد D_f

(b) أحسب نهايات f عند محددات D_f

(2) (a) بين أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $x(x-2)$.

(b) أعط جدول تغيرات f .

(3) (a) بين أن النقطة $I(1,0)$ مركز تماثل المنحنى (ℓ) الممثل للدالة f في m م م

(b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (ℓ) .

(c) أدرس الوضع النسبي لـ (ℓ) و المستقيم $y=x-1$

(d) أرسم (ℓ) .

(e) حدد مبيانيا ، حسب الوسيط m ، عدد حلول المعادلة : $x^2 - (2+m)x + 2 + m = 0$ ، $x \in \mathbb{R} - \{1\}$

تمرين 19 :

نعتبر الدالة f حيث : $f(x) = x + \frac{1}{3x^3}$

(1) (a) حدد D

(b) أدرس زوجية f .

(c) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (a) أحسب $f'(x)$

(b) بين أن إشارة $f'(x)$ على D هي إشارة $x^2 - 1$

(c) أعط جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$

(3) (a) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (ℓ)

(b) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (ℓ) مع المستقيم $(y=x)$ على المجال $]0, +\infty[$

(4) أرسم (ℓ) .

تمرين 20 :

نعتبر الدالة العددية f بحيث : $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-2}$

و ليكن (ℓ) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م م (o, \vec{i}, \vec{j})

(1) حدد D حيز تعريف الدالة f

(2) أحسب نهايات f عند محددات D

(3) (أ) بين أن : $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 - 1}$ لكل x من D $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

(ب) أعط جدول تغيرات الدالة f

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

(4) أ) حدد الفروع اللانهائية للمنحنى (ℓ)

ب) أنشئ (ℓ)

تمرين 21 :

أدرس و مثل مبيانيا الدوال التالية :

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad - B$$

$$f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x} \quad - A$$

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2-1} \quad - D$$

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4} \quad - C$$

تمرين 22 :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

$$(1) \text{ بين أن لكل } x \text{ من } \mathbb{R} : g(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$(2) \text{ حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة : } g(x) = 1$$

$$(3) \text{ حل في المجال } \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right] \text{ المتراجحة : } g(x) > 0$$

تمرين 23 :

بين أنه لكل x من \mathbb{R} : $\cos 2x + \sin x - \sin 3x = \cos 2x(1 - 2 \sin x)$

ثم حل في المجال $[0, 2\pi]$ المعادلة : $\cos 2x + \sin x - \sin 3x = 0$

تمرين 24 :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على I بما يلي :

$$g : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto g(x) = \frac{1 - \sin x - \cos x}{1 - \sin x + \cos x}$$

$$(1) \text{ بين أن } (a) \forall x \in \mathbb{R}, \sin x - \cos x = \sqrt{2} \left(\sin x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$(b) \text{ حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة : } 1 - \sin x + \cos x = 0$$

(2) حدد D حيز تعريف الدالة g

$$(3) (a) \text{ اعط عبارة } 1 - \cos x \text{ بدلالة } \sin \frac{x}{2} \text{ ثم عبارة } 1 + \cos x \text{ بدلالة } \cos \frac{x}{2}$$

$$(b) \text{ أكتب } g(x) \text{ بدلالة لكل } x \text{ من } D \text{ ثم استنتج قيمة } \tan \frac{\pi}{8}$$

تمرين 25 :

$$(1) \text{ بين أن لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ لدينا : } 2(1 + \sin x)(1 + \cos x) = (1 + \sin x + \cos x)$$

$$(2) \text{ حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة : } (1 + \sin x)(1 + \cos x) = \frac{1}{2}$$

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

تمرين 26 :

ليكن x و y عددين حقيقيين من $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ بحيث : $\cos x = \frac{3}{5}$ و $\cos y = \frac{1}{3}$
أحسب : $2x - y$.

تمرين 27 :

حل في $[0, 4\pi]$ المعادلة : $\frac{1}{\tan x} - \tan x = 2 \tan \frac{x}{2}$.

تمرين 28 :

حل في $[-\pi, \pi]$ المتراجحة : $\tan^2 x (1 - \sin x) \leq 1 - \cos x$.

تمرين 29 :

حل في $[-\pi, \pi]$ المتراجحة : $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x \geq -\sqrt{2}$.

تمرين 30 :

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في الحالات التالية :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 0 : & f(x) = \frac{x}{|x|-1} \quad (2) \\ x_0 = 0 : & f(x) = x^2 - 2x \quad (1) \\ x_0 = 0 : & f(x) = \frac{1}{x-1} \quad (4) \\ x_0 = 1 : & f(x) = |x-1| + 2x \quad (3) \end{array}$$

تمرين 31 :

ليكن (ℓ) المنحنى الممثل للدالة f في $M \times M$ في (o, \vec{i}, \vec{j})
حدد معادلة المماس للمنحنى (ℓ) في الحالات التالية :

$$\begin{array}{ll} x_0 = 1 : & f(x) = \frac{1}{x} \quad (2) \\ x_0 = 0 : & f(x) = x^3 - x^2 \quad (1) \\ x_0 = \frac{\pi}{4} : & f(x) = \tan x + 1 \quad (4) \\ x_0 = 0 : & f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3) \end{array}$$

تمرين 32 :

أدرس تغيرات الدوال التالية و أعط جدول تغيرات كل دالة منهم :

$$\begin{array}{ll} f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 & (2) \\ f(x) = |x+2| + x^2 & (1) \\ f(x) = \frac{x^2+1}{x} & (4) \\ f(x) = \frac{x^3+1}{x^3-1} & (3) \end{array}$$

تمرين 33 :

نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 6}{x-1}$

(1) بين أن منحنى الدالة f يقبل مماسين موازيين للمستقيم ذو المعادلة $y = -3x$
(2) أكتب معادلتى هذين المماسين

تمرين 34 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

(ℓ) منحناها في m, m, m (o, \bar{i}, \bar{j})

(1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f

(2) أحسب النهايات عند محددات D_f

(3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{x^2}{(x-1)^4}(x-1)(x-3)$ مهما تكن x من D_f .
ب- أعط جدول تغيرات f .

تمرين 35 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ : $f(x) = x + \frac{1}{3x^3}$

(1) $-a$ حدد D_f

$-b$ أدرس زوجية f .

$-c$ أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

(2) أحسب $f'(x)$ لكل x من D .

تمرين 36 :

(1) حل في \mathbb{R} المعادلة : $(1+2\cos x)\cos 2x = 0$

(2) حل في $[-\pi, \pi]$ المتراجحة : $(1+2\cos x)\cos 2x \leq 0$

تمرين 37 :

حل في \mathbb{R} المعادلات :

$$\cos x = \cos\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) \quad -1$$

$$2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0 \quad -2 \quad (\text{لاحظ أن: } 2x^2 - 7x + 3 = 2(x-1)(x-3))$$

تمرين 37 :

حل في \mathbb{R} المعادلة : $1 - \cos 2x + \sin 3x - \sin x = 0$

تمرين 38 :

(1) حل في \mathbb{R} المعادلة : $\tan x = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

(2) حل المتراجحة $\cos 3x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ في $[-\pi, \pi]$.

(3) أدرس إشارة : $2\cos^2 x - 3\cos x + 1$ على المجال $[0, 2\pi]$.

(4) أدرس إشارة : $\cos x - \sin x$ على المجال $[-\pi, \pi]$.

(5) أدرس إشارة : $2\cos^2 x - 3\cos x + 1$ في المجال $[-\pi, \pi]$.

(6) أدرس إشارة : $2\cos^2 x + (6 - \sqrt{2})\sin x + 3\sqrt{2} - 2$ في المجال $[-\pi, \pi]$.

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

تمرين 39 :

(1) حل في المجال $[-\pi, \pi]$ المتراجحة : $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > \sqrt{3}$

(2) حل في المجال $[-\pi, \pi]$ المتراجحة : $\tan^2 x - (\sqrt{3}-1)\tan x - \sqrt{3} < 0$.

تمرين 40 :

لتكن (ℓ) الدائرة التي معادلتها : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

(1) حدد مركزها وشعاعها.

(2) حدد نقطتي تقاطع (ℓ) و المحور (o, \vec{i})

و أكتب معادلتى المماسين للدائرة (ℓ) عند كل واحدة من النقطتين المحصل عليهما .

(3) أكتب معادلتى المماسين للدائرة (ℓ) بحيث المتجهة الموجهة لهما هي $\vec{u}(2,1)$

و أحسب زوج إحداثيتي نقطتي المماس.

(4) أكتب معادلتى المماسين للدائرة (ℓ) المارين من النقطة $C(6,1)$ $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

تمرين 41 :

المستوى منسوب الى م م م (o, \vec{i}, \vec{j})

نعتبر النقط $A(2,0)$ و $B(-2,0)$ و $C(0,2\sqrt{3})$

(1) أ- أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ و AC و AB

ب- استنتج قياس للزاوية \widehat{ABC}

ج- استنتج طبيعة المثلث ABC

(2) لتكن (ℓ) الدائرة التي أحد أقطارها هو $[AC]$

أ- بين أن $x^2 + y^2 - 2x - 2\sqrt{3}y = 0$ معادلة ديكارتية للدائرة (ℓ)

ب- أوجد معادلة للمستقيم (Δ) المار من C والعمودي على (AC)

ج- بين أن (Δ) مماس للدائرة (ℓ) .

تمرين 42 : (مراكش 1995)

في المستوى منسوب الى م م م (o, \vec{i}, \vec{j}) .

نعتبر المجموعة (ℓ) للنقط $M(x,y)$ حيث : $x^2 + y^2 - 6y + 8 = 0$

(1) بين أن دائرة محدد مركزها Ω و شعاعها .

(2) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة : $y = 2\sqrt{2}x$ مماس للدائرة في النقطة $T\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{8}{3}\right)$

(3) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (ΩT)

(4) ليكن (D_1) و (D_2) المستقيمين المعرفين على التوالي بالمعادلتين $(y=2)$ و $(y=4)$ و لتكن A نقطة تقاطع (D_1) و (ΩT)

و لتكن B نقطة تقاطع (ΩT) و (D_2)

(a) بين أن (D_2) و $(2\sqrt{2}, 2)$ هما على التوالي زوجي احداثيتي A و B

(b) أحسب : $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$

(c) أستنتج قياسا للزاوية : AOB

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

تمرين 43 : (مراكش 1997)

في المستوى منسوب الى م م م (o, \vec{i}, \vec{j}) . النقط التالية :

$$P\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) \text{ و } N\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ و } M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

(1) تحقق أن النقطتين M و N تنتميان إلى الدائرة المثلثية المرتبطة بالمعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

(2) -a تحقق أن القطعتين $[OP]$ و $[MN]$ لهما نفس المنتصف.

-b أحسب $\overline{OM} \cdot \overline{MP}$ و OM و MP

-c استنتج أن الرباعي $(OMPN)$ مربع.

(3) -a تحقق أن $\frac{\pi}{6}$ قياس للزاوية (\vec{i}, \overline{OM})

-b حدد قياسا للزاوية (\overline{OP}, \vec{i})

-c استنتج قيمة كل من $\sin \frac{\pi}{12}$ و $\cos \frac{\pi}{12}$.

تمرين 44 : (مراكش 1998)

في المستوى المنسوب إلى M م م (o, \vec{i}, \vec{j}) النقط التالية : $A(2,0)$ و $B(0, \sqrt{3})$ و $P\left(1+\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ و $M(x, y)$

حيث x و y عدنان حقيقيان .

(1) -a أحسب الجداء السلمي $\overline{AO} \cdot \overline{MA}$

-b استنتج أن مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق: $\overline{MO} \cdot \overline{MA} = 3$ هي الدائرة (ℓ) التي مركزها $I(1,0)$

وشعاعها 2 .

-c تحقق أن النقطتين B و P تنتميان إلى الدائرة (ℓ) .

(2) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للدائرة (ℓ) في النقطة B .

(3) بين أن: $\widehat{OPA} = \frac{\pi}{4}$ ثم أرسم الدائرة (ℓ) و المماس (T) موضحا النقط A و B و P .

تمرين 45 : (مراكش 1999)

نعتبر النقط $A(2,0)$ و $B(0,2)$ و $M(x, y)$ حيث x و y عدنان حقيقيان .

(1) -a أحسب الجداء السلمي $\overline{AM} \cdot \overline{AB}$

-b استنتج أن مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق: $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = 6$

هي المستقيم (D) ذو المعادلة $x - y + 1 = 0$.

-c بين أن (D) و (AB) متعمدان في نقطة يجب تحديدها .

(2) لتكن الدائرة (ℓ) التي مركزها $P\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$ وشعاعها $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

-a حدد معادلة ديكارتية للدائرة (ℓ) .

-b بين أن المستقيم (D) مماس للدائرة (ℓ) .

-c بين أن المستقيم (AB) مماس للدائرة (ℓ) في النقطة A

(3) لتكن النقطتين $A'(2,3)$ و $N\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ حدد قياسا للزاوية $(\widehat{AA'}, \widehat{AN})$.

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

تمرين 46 :

نعتبر الدالة العددية المعرفة بـ : $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$

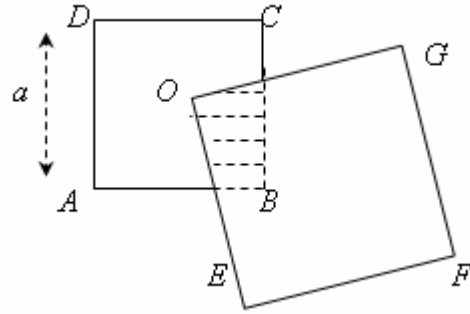
(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .

- (2) أحسب النهايات عند محداث D_f .
 (3) أحسب $f'(x)$ ثم أعط جدول تغيرات f .
 (4) حدد معادلة المماس Δ للدالة f في النقطة ذات الأضلاع 1
 (5) مثل مبيانيا الدالة f .
 (6) حدد عدد حلول المعادلة $(m-1)x^2 - mx - 2m = 0$ حسب قيم البار متر m .

تمرين 47 :

- في الفضاء المنسوب الى M^3 نعتبر النقط : $A(0,3,1)$ و $B(2,0,1)$ و $C(2,3,0)$ و $D(4,0,0)$.
 (1) a - حدد إحداثيات كل من المتجهتين \overline{AC} و \overline{AB} .
 b - هل المتجهتان \overline{AC} و \overline{AB} مستقيمان ؟
 c - أحسب المحددة : $Det(\overline{ABACAD})$. هل النقط A و B و C و D .
 (2) بين أن : $3x + 2y + 6z - 12 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .
 (3) a - أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (EF) بحيث $E(2,0,0)$ و $F(2,3,1)$.
 b - بين أن المستقيم (EF) يخترق المستوى (ABC) في نقطة يجب تحديدها .
 (4) ليكن (P) المستوى ذا المعادلة $x = 2$. بين أن المستويين (P) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم محددًا تمثيلا بارامتريا له .

تمرين 48 :



نعتبر المربعان $ABCD$ و $OEFG$ حيث O هو مركز المربع $ABCD$.
 أحسب مساحة الجزء المخدوش بدلالة a . علما أن $AB = a$ (أستعمل خاصيات الدوران).

تمرين 49 :

- نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي حيث : $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x^2}$
 ليكن (ℓ) المنحنى الممثل للدالة f من M^3 في (o, \vec{i}, \vec{j})
 (1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .
 (2) أحسب نهايات f عند محداث D .
 (3) أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من D .
 ب- أدرس إشارة $f'(x)$ و اعط جدول تغيرات f .

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

(4) أ- بين أنه مهما يكن x في فإن : $x^3 + x^2 + 4 = (x+2)(x^2 - x + 2)$

ب- حدد تقاطع (ℓ) و محور الأضلاع .

ج- اعط معادلة ديكارتية للمستقيم (Γ) مماس للمنحنى (ℓ) في النقطة ذات الأضلاع -2 .

(5) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (ℓ) .

(6) أرسم (Γ) و (ℓ) .

(7) لتكن الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث : $g(x) = |x| + 1 + \frac{4}{x^2}$

ليكن (ℓ') المنحنى الممثل للدالة g من $M \times M$ $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

أ- بين أن المنحنى (ℓ') يقبل محور تماثل

ب- أرسم المنحنى (ℓ') .

تمرين 50 :

في المستوى نعتبر مثلثا ABC متساوي الأضلاع بحيث : $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

و الدائرة (ℓ) المحيطة بالمثلث و التي مركزها O .

المستقيم يقطع الدائرة في النقطة النقطتين D و B .

الماسين للدائرة في A و B يتقطعان في نقطة E و F نقطة من المستوى بحيث : $\overline{DF} = \overline{OE}$

نعتبر الدوران R الذي مركزه D و زاويته $-\frac{\pi}{3}$

(1) أنشئ شكلا يحقق المعطيات و بين أن : $R(O) = A$

(2) بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع و استنتج أن (OE) واسط القطعة $[AB]$

ثم بين أن النقط A و F و D مستقيمية.

(3) بين أن $R(B) = F$ و استنتج أن A منتصف $[DF]$.

تمرين 51 :

نعتبر المثلث ABC متساوي الأضلاع بحيث : $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

لتكن E و F نقطتين من $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي بحيث $AE \equiv AF$.

(1) بين أن المثلث AEF متساوي الأضلاع.

(2) ليكن O مركز ثقل المثلث AEF و ليكن Ω الدوران الذي مركزه O و يحول A إلى E

حدد قياسا لزاوية الدوران Ω .

(3) لتكن B' صورة B بالدوران Ω

a - بين أن النقطة B' تنتمي للمستقيم (EF)

b - أثبت أن $EB = FB'$

c - أنشئ B'

تمرين 52 :

لتكن f الدالة العددية حيث : $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

و (ℓ) المنحنى الممثل للدالة f

(1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

(2) أحسب نهايات f عند محداث D .

www.mraqba.de.be الأستاذ محمد الرقبة

(3) أ) بين ان : $f(x) = x + 2 + \frac{3x-2}{(x-1)^2}$ مهما كان x من D .

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (x+2)$ و أول النتيجة هندسيا

(4) أ) بين أن : $f'(x) = \frac{x^2}{(x-1)^4}(x-1)(x-3)$ مهما تكن x من D .

ب) أعط جدول تغيرات f .

(5) أنشئ (ℓ) .

تمرين 53:

(1) أ) حل في \mathbb{R} المعادلة : $2 \cos^2 x - \sqrt{2} \cos x = 0$

ب) مثل الحلول على الدائرة المثلثية

(2) أ) أحسب : $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, بدلالة $\sin x$ و $\cos x$

ب) قارن $\sin 2x$ و $\cos 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

(3) استنتج في حلول المعادلة : $2 \sin x \cos x - \cos x - \sin x + 1 = 0$