

الفرض المحروس 1

مدة الإنجاز: 2h

التمرين الأول:

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي:

$$g(x) = \sqrt{x-1} \quad \text{و} \quad f(x) = -x^2 + 2x + 1$$

و ليكن (C_f) و (C_g) منحنيهما على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(0; \bar{i}; \bar{j})$

7. تحقق من أن (C_f) و (C_g) يتقاطعان في النقطة $A(2; 1)$

8. ضع جدول تغيرات كل من f و g

9. أنشئ (C_f) و (C_g)

10. حل مبيانيا المتراجحة: $x^2 - 2x - 1 + \sqrt{x-1} < 0$

11. حدد مبيانيا صورة المجالين $[0; 1]$ و $[1; 2]$ بالدالة f

12. نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي: $h(x) = \sqrt{-x^2 + 2x}$

a. حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h

b. تحقق أن: $h(x) = (g \circ f)(x) \quad (\forall x \in D_h)$

c. أدرس تغيرات الدالة h على المجالين $[0; 1]$ و $[1; 2]$

التمرين الثاني:

7. إعط نفي العبارة: " $[x + y = 0]$ و $[(\forall x \geq 0)(\exists y \leq 0) : x = -y]$ "

8. إعط قيمة حقيقة العبارات التالية:

" $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x + y - 2 = 0$ " : p

" $(\exists y \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}) : x + y - 2 = 0$ " : q

" $p \Rightarrow q$ " : r

9. بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : [x \neq 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 + 2} \neq 2\sqrt{5}]$

10. بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$

11. بين باستعمال الإستدلال بالتكافؤات المتوالية أن:

$$(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2) : |x - y| \leq 2\sqrt{x^2 + y^2 + xy}$$

12. بين بالخلف أن الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2+1}$ غير مكبورة على \mathbb{R} .

الفرض المحروس 1

مدة الإنجاز: 2h

التمرين الأول:

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي:

$$g(x) = \sqrt{x+2} \quad \text{و} \quad f(x) = x^2 - x$$

و ليكن (C_f) و (C_g) منحنيهما على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(0; \bar{i}; \bar{j})$

1. حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g و تحقق من أن $f(2) = g(2)$

2. ضع جدول تغيرات كل من f و g

3. أنشئ (C_f) و (C_g)

4. حدد مبيانيا $f\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$

5. حل مبيانيا في المجال $[0; +\infty[$ المتراجحة: $x^2 - x - \sqrt{x+2} \leq 0$

6. نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي: $h(x) = \sqrt{x^2 - x + 2}$

a. حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h

b. تحقق أن: $h(x) = (g \circ f)(x) \quad (\forall x \in D_h)$

c. أدرس تغيرات الدالة h على D_h

التمرين الثاني:

1. إعط نفي العبارة: " $(\forall x \in \mathbb{R}) : x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{2} \geq 2$ "

2. إعط قيمة حقيقة العبارات التالية:

" $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x - y - 5 = 0$ " : p

" $(\exists y \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}) : x - y - 5 = 0$ " : q

" $p \Rightarrow q$ " : r

3. بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : [x \neq 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} \neq 7]$

4. بين أن: $(\forall n \geq 1) : 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n^2 + n$

5. بين باستعمال الإستدلال بالتكافؤات المتوالية أن:

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) : -1 \leq \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \leq 1$$

6. بين أن الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2+1}$ غير مكبورة على \mathbb{R} .