المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية

***

برامج مادة الرياضيات
بالسنة الثانية
من سلك البكالوريا

***

أكتوبر 2006

مديرية المناهج

42 شارع ابن خلدون ، أكدال ، الرباط – الهاتف : 037.77.73.03 الفاكس : 037.68.09.00

برنامج مادة الرياضيات بالسنة الثانية من سلك البكالوريا

شعبة العلوم الرياضية

مسلك علوم رياضية أ

مسلك علوم رياضية ب

I - التحليل

هناك هدفان لهذا الجزء:

- توسيع مجال المتتاليات والدوال العددية التي تم التطرق إليها بالسنة الأولى من سلك البكالوريا بإدراج بعض المفاهيم الجديدة (نهاية متتالية ــ المتتالية المتقاربة ــ الاتصال في نقطة وعلى مجال -تكامل دالة على قطعة ــ متتالية معرفة بتكامل ــ ...) وتقديم بعض الدوال الجديدة (الدوال العكسية للدوال المثلثية ــ دوال الجذور النونية والقوى الجذرية ــ الدوال اللوغاريتمية ــ الدوال الأسية ــ الدوال المعرفة بتكامل...).
- تقديم الحساب التكاملي وتطبيقاته ومفهوم المعادلات التفاضلية.

إن التمكن من الدراسة التقليدية لدالة عددية ودراسة متتالية عددية يعتبر ضروريا غير أن هذه الدراسة ليست هدفا في حد ذاتها وإنما الهدف هو اعتمادها كأداة رياضية في حل المسائل (البحث عن المطاريف، مقارنة الصيغ التحليلية، الحل الهندسي للمتراجحات والمعادلات، التأطير، التقريب...).

المتتاليات العددية

لقد تم التطرق بالسنة الأولى من سلك البكالوريا إلى عموميات حول المتتاليات العددية وإلى مميزات المتتاليات الحسابية والهندسية وبعض تطبيقاتهما لتعويد التلاميذ على التعامل مع وضعيات متقطعة ووصفها باستعمال المتتاليات.كما كان مناسبة لممارسة بعض أنواع الاستدلالات الرياضية (البرهان بالترجع على سبيل المثال). أما خلال هذه السنة فيتم تزويد التلاميذ ببعض الأدوات الضرورية لدراسة سلوك متتالية عددية شموليا وبجوار ما لا نهاية واستخلاص نتائج بشأنها وتوظيفها في تحديد تقريبات لبعض الأعداد الحقيقية وفي حل مسائل متنوعة من مواد التخصص.

إن درس المتتاليات لا ينتهي بانتهاء الفصل المخصص لها بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة. كما يتم التركيز على توظيف المتتاليات في حل المسائل المتعلقة بالتأطير والتقريب سواء لأعداد حقيقية أو صيغ أو تعابير جبرية.... ويكون هذا الفصل مناسبة لممارسة التلاميذ للاستدلالات الرياضية وتعويدهم على الدقة في صياغة البراهين والنصوص الرياضية.

الاتصال

إن مفهوم الاتصال من المفاهيم الجديدة في هذا المستوى؛ وقد تم إدراجه اعتبارا لدوره في تقديم عدة خاصيات أساسية تتعلق بالدوال العددية وتمثيل الدوال مبيانيا وحل المعادلات والمتراجحات والتقريب والتأطير وكأداة رياضية قوية وفعالة في إثبات المبرهنات والخاصيات بطريقة أكثر دقة ووضوحا .

يتم تقديم مفهوم الاتصال انطلاقا من مفهوم النهاية والتركيز على اتصال دالة على قطعة وعلى مجال وأثر ذالك على منحنى الدالة (منحنى متصل) وعلى صورة مجال أو قطعة بدالة متصلة وبدالة متصلة ورتيبة قطعا، ويتم التركيز خصوصا على مبرهنة القيم

الوسيطية وتطبيقاتها المختلفة وعلى حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال (حالة المعادلات من نوع $f(x)=x$ ...)، كما يكون هذا الفصل مناسبة للتذكير بدالة الجزء الصحيح (يستعمل الرمز $E(x)$) كمثال لدالة غير متصلة في عدد لا منته من النقط.

الاشتقاق

يتم خلال هذه الفقرة :

- تقديم مبرهنة الدوال العكسية (مبرهنة الدوال التقابلية) ثم تطبيقها في تقديم الدالتين: $x \to Arc\tan(x)$ و $x \to \sqrt[n]{x}$ والقوى الجذرية لعدد حقيقي موجب قطعا ؛
- تقديم دالة اللوغاريتم النبيري مباشرة بعد تقديم الاشتقاق والدوال الأصلية، كالدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$ والتي تنعدم في 1؛
- تقديم الدالة الأسية النبيرية إما كالدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري وإما كالحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y'=y$ و $y(0)=1$ أو كالحل الوحيد للمعادلة الدالية $f(x+y)=f(x)f(y)$ ؛
- تعريف العدد a^x ($a^x=e^{x\ln(a)}$) باستعمال تعريف وخاصيات الدالة الأسية النبيرية؛
- التركيز على تطبيقات مبرهنة رول ومبرهنة التزايدات المنتهية ومتفاوتة التزايدات المنتهية في تأطير وإكبار وإصغار التعابير الجبرية باعتبارها من أهم نتائج دروس التحليل خلال هذه السنة كما يجب العمل على أن يتمكن التلاميذ من التأويلات الهندسية لمختلف هذه الخاصيات .

II . الجبر والهندسة

الحسابيات

يعتبر هذا الفصل مجالا خصبا للتمرن على مختلف الاستدلالات الرياضية و على الدقة في صياغة العبارات والنصوص البراهين الرياضية، إضافة إلى ارتباطه الوثيق بالتطور الكبير الذي عرفه مجال البرمجة المعلوماتية وما رافقها من تطور على مستوى خوارزميات التشفير. لذا لا يمكن تصور برنامج للرياضيات موجه إلى تلاميذ شعبة ذات توجه رياضياتي بدون درس الحسابيات في

بعد التذكير بمكتسبات التلاميذ في هذا المجال ومن خلال أنشطة متنوعة يتم:

- إبراز دور الموافقة بترديد n في حل المسائل التي يستعصي حلها في المجموعة؛
- التطرق إلى أمثلة لمعادلات ديوفانتية والتركيز على تطبيقات مبرهنات كوص وبوزو وفيرما وخوارزمية حل المعادلة $ax+by=c$ ونظمات العد وتوظيفها في أمثلة من مسائل بسيطة حول التشفير؛
- إبراز دور الأعداد الأولية في بناء الأعداد الصحيحة من خلال التوظيف المعقلن للمبرهنة الأساسية في الحسابيات.

الأعداد العقدية

يزاوج البرنامج بين الدراسة الجبرية للأعداد العقدية بمختلف الكتابات (الجبرية، المثلثية، الأسية) والدراسة الهندسية لهذه الأعداد؛ ويركز على تطبيق الأعداد العقدية في الحساب الجبرية والحساب المثلثي والهندسة المستوية.

يجب التركيز على ما يلي:

- ترجمة المفاهيم الهندسية إلى لغة الأعداد العقدية دون إغفال التطبيقات الجبرية المتنوعة لهذه الأعداد خصوصا: إخطاط الحدوديات المثلثية وصيغ التحويل المثلثية وحساب المجاميع وحل المعادلات الجبرية ...؛
- الحل العقدي لبعض المسائل الهندسية؛

البنيات الجبرية

يقتصر البرنامج في هذا الجزء على البنيات الأساسية الواردة في المحتوى، والتي يجب أن يستوعبها التلاميذ خلال السنة الدراسية بكاملها، انطلاقا من الأمثلة التي يتم مصادفتها في مختلف فقرات البرنامج (الجبر – الهندسة – التحليل). هذا ويجب الاقتصار على المجموعات الاعتيادية الواردة بالبرنامج فقط، بالإضافة إلى مجموعات التحويلات ومجموعات المصفوفات المربعة (من الرتبة 2 و3).

البرنامج والقدرات المنتظرة والتوجيهات التربوية

التحليل

1 . المتتاليات العددية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– نهاية متتالية ؛ – نهاية المتتاليات من نوع $(n^{\alpha})_n \,, \alpha \in \mathbb{Q}^*$ و $(a^n)_n \,, a \in \mathbb{R}^*$ ؛ – المتتالية المتقاربة؛ المتتالية المتباعدة؛ – العمليات على نهايات المتتاليات؛ النهايات والترتيب؛ مصاديق التقارب؛ — المتتاليات المتحادية ؛ تقارب متتالية تزايدية ومكبورة (أو تناقصية ومصغورة)؛ حالة متتالية تزايدية وغير مكبورة؛ – دراسة المتتاليات الترجعية من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I و $f(I) \subset I$ ؛ – نهاية مركب متتالية و دالة متصلة؛	– استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية في دراسة أمثلة من متتاليات من الشكل: $u_{n+1} = au_n + b$ و $u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d}$ – توظيف التأطير و خاصيات الترتيب في البرهنة على أن متتالية تؤول إلى عدد أو إلى مالا نهاية وذلك باعتماد تعريف نهاية متتالية، في أمثلة خاصة ؛ – استعمال نهايات المتتاليات المرجعية ومصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية؛ – تحديد نهاية مركب متتالية و دالة متصلة (متتاليات من النوع $v_n = f(u_n)$)؛ – توظيف المتتاليات المتحادية في تأطير عدد حقيقي بأعداد عشرية ؛ – تأطير تكامل دالة متصلة على مجال أو مساحة حيز محصور بين منحنى دالة متصلة على قطعة $[a;b]$ ومحور الأفاصيل المستقيمين $x=a$ و $x=b$ (باستعمال طريقة المستطيلات مثلا)؛	– تتم ممارسة بعض الأنشطة الرياضية مثل دراسة سلوك المتتاليات الاعتيادية ($\left(\sqrt{n}\right)_{n\ge0}$ و $\left(n^2\right)_{n\ge0}$ و ... و $\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)_{n\ge1}$ و $\left(\dfrac{1}{n^2}\right)_{n\ge1}$ و ...) عندما تؤول n إلى $+\infty$ لتقريب مفهوم نهاية متتالية (منتهية و لا منتهية) ثم تقديم تعريف كل من النهاية اللامنتهية و النهاية المنتهية وربطهما بنهاية دالة عددية عند $+\infty$ ؛ – ينحصر استعمال تعريف النهاية في البرهنة على بعض الخاصيات الواردة في البرنامج و ممارسة بعض الأنشطة بهدف الاستئناس به فقط؛ وذلك لأن استعمال تعريف نهاية متتالية ليس هدفا للبرنامج ؛ – يتم التركيز أكثر على استعمال نهايات المتتاليات الاعتيادية و مصاديق التقارب في دراسة نهايات المتتاليات؛ – للتعبير على أن متتالية تؤول: * إلى l نقول إن "كل مجال مفتوح مركزه l يحتوي على جميع حدود المتتالية انطلاقا من رتبة معينة"؛ * إلى $+\infty$ نقول إن "كل مجال مفتوح من الشكل $]a,+\infty[$ يحتوي على جميع حدود المتتالية انطلاقا من رتبة معينة"؛ يتم البرهنة على ما يلي: * مصاديق التقارب؛

		* إذا كان $\forall n\ ;\ u_n < a$ و كانت المتتالية (u_n) تقبل نهاية منتهية l فإن $l \le a$؛ * مبرهنة المتتاليتين المتحاديتين؛ – تتم دراسة نهاية المتتالية $(a^n)_{n\ge 0}$ (حيث $a \in \mathbb{R}^*$) و المتتالية $(n^r)_{n\ge 1}$ (حيث $r \in \mathbb{Q}^*$) واعتبارها نهايات اعتيادية؛ – تتم معالجة مسائل تؤول إلى دراسة: * متتاليات ترجعية من الشكل: $u_{n+1} = au_n + b$ في حالات خاصة. $u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d}$ في حالات خاصة. $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$. * متتاليات من النوع: $v_n = (f(u_n))$ في حالات خاصة. – يتم تقديم الخاصيتين: * إذا كانت متتالية من نوع $u_{n+1} = f(u_n)$ (حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$) متقاربة و نهايتها هي l فإن l حل للمعادلة $f(x) = x$ ؛ * إذا كانت المتتالية (u_n) متقاربة و نهايتها هي l و f دالة متصلة في l فإن المتتالية $v_n = (f(u_n))$ متقاربة و نهايتها هي $f(l)$ ؛

2 . الدوال العددية

2 . 1 . النهاية والاتصال

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– الاتصال في نقطة؛ الاتصال على اليمين؛ الاتصال على اليسار؛ الاتصال على مجال (حالة الدوال الحدودية والجذرية والدوال المثلثية والدالة	– دراسة اتصال دالة عددية في نقطة باستعمال حساب النهايات؛ – دراسة اتصال دالة على مجال باستعمال اتصال	– يتم اعتماد التعريف التالي: نقول إن دالة f متصلة في نقطة x_0 إذا كان $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$ ؛ – يكون هذا الجزء مناسبة لضبط تعريف نهاية دالة في نقطة من خلال ممارسة بعض

($x \to \sqrt{x}$) ؛ التمديد بالاتصال في نقطة؛ – العمليات على الدوال المتصلة؛ – اتصال مركب دالتين متصلتين؛ نهاية مركب دالة متصلة ودالة تقبل نهاية؛ نهاية مركب متتالية عددية ودالة متصلة؛ – صورة مجال وصورة قطعة بدالة متصلة؛ – مبرهنة القيم الوسيطية؛ حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال – مبرهنة الدوال العكسية (مبرهنة الدوال التقابلية) – الدوال العكسية الاعتيادية : $x \to \sqrt[n]{x}$ و $x \to Arc\tan(x)$ ؛ – القوى الجذرية x^r (حيث $r \in \mathbb{Q}^*$) و خاصيات العمليات على القوى الجذرية؛	الدوال الاعتيادية وخاصيات العمليات على الدوال المتصلة ؛ – تحديد صورة قطعة أو مجال (محدود أو غير محدود) بدالة متصلة وبدالة متصلة ورتيبة قطعا؛ – تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في إثبات وجود حلول بعض المعادلات أو في دراسة إشارة بعض التعابير ...؛ – استعمال طريقة التفرع الثنائي؛ (la dichotomie) في تحديد قيم مقربة لحلول المعادلة $f(x)=\lambda$ أو تأطير حلولها ؛ – تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا لإثبات وحدانية حل المعادلة $f(x)=\lambda$ ؛	الأنشطة و أمثلة خاصة والتذكير بالخاصيات الأساسية (وحدانية النهاية ، إذا وجدت، العمليات على النهايات...) وينحصر استعمال تعريف النهاية في البرهنة على بعض الخاصيات الواردة في البرنامج و ممارسة بعض الأنشطة بهدف الاستئناس به أكثر دون أن يكون هدفا للبرنامج؛ – نقبل أن صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة و أن صورة مجال هو أيضا مجال ثم نستنتج مبرهنة القيم الوسيطية؛ – إن اعتماد جدول تغيرات دالة في استنتاج خاصياتها أو بعض النتائج المرتبطة بها أمر ينبغي تطويره لدى التلاميذ؛ – يتم تقديم مبرهنة الدوال العكسية تم تطبيقها في حالات خاصة واعتمادها في تقديم الدوال $x \to \sqrt[n]{x}$ والدالة $x \to Arc\tan(x)$ – يتم التركيز خصوصا على الدالة $x \to Arc\tan(x)$ أما الدالتان $x \to Arc\sin(x)$ و $x \to Arc\cos(x)$ فتعتبران خارج المقرر؛

2 . 2 . الاشتقاق ودراسة الدوال

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
1 . **الاشتقاق** – الاتصال والاشتقاق؛ – اشتقاق مركب دالتين قابلتين للاشتقاق؛ – مشتقة الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا ؛	– التمكن من مشتقات الدوال الاعتيادية؛ – تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها الأولى؛ – تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛	– يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسيها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي دراسة منحى تغيرات دالة على مجال و تحديد المطاريف ودراسة إشارة دالة أو متفاوتة جبرية على مجال أو تقعر منحنى دالة عددية... ويكون مناسبة للتذكير بالخاصية المميزة لدالة ثابتة أو رتيبة قطعا على مجال؛

– مشتقات الدوال $x \to \sqrt[n]{x}$ و $x \to Arc\tan(x)$ ؛	– دراسة دوال لاجذرية و دوال مثلثية ودوال مركبة وتمثيلها مبيانيا ؛ – تحديد رتابة ومشتقة الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال وتمثيلها مبيانيا.	– من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية ودوال لاجذرية ودوال مثلثية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق وحساب النهايات وعناصر تماثل منحنى دالة ودراسة الفروع اللانهائية و تحديد مقاربات منحنى وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا وتقريب دالة بدالة تآلفية؛ يتم بهذه المناسبة التطرق إلى المعادلات اللاجذرية من خلال معالجة بعض النماذج؛ – إدراج الكتابة التفاضلية $dy = f'(x)\,dx$ المعتمدة في مادة الفيزياء ؛ – حساب مشتقة مركب دالتين قابلتين للاشتقاق ومشتقة الدالة العكسية ؛
2 . الدوال الأصلية – الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال : – تعريف وخاصيات؛	– استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد الدوال الأصلية لدالة على مجال؛	
3. الدوال اللوغاريتمية و الأسية **الجزء الأول** 3 . 1 . دالة اللوغاريتم النبيري : – تعريف وخصائص جبرية؛ – الرمز ln ودراسة الدالة $x \to \ln(x)$ ؛ – المشتقة اللوغاريتمية لدالة؛ – الدوال الأصلية للدالة : $x \to \dfrac{u'(x)}{u(x)}$ ؛ 3 . 2 . دالة اللوغاريتم للأساس a : – تعريف و خاصيات؛ – دالة اللوغاريتم العشري؛	– التمكن من الحساب على اللوغاريتمات؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات لوغاريتمية ؛ – معرفة اللوغاريتم العشري وتطبيقاته (خاصة في حل المعادلات من نوع $10^x = a$)؛ – التمكن من النهايات اللوغاريتمية الأساسية؛	– تعتبر النهايات السابقة حول الدالة اللوغاريتمية والدالة الأسية النبيرية؛ بالإضافة $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^n}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^n}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} x^n \ln x$ حيث $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ نهايات أساسية؛ – استعمال الدوال اللوغاريتمية و الأسية في حل مسائل متنوعة؛

الجزء الثاني 3 . 3 . الدالة الأسية النيبيرية: – تعريف وخصائص جبرية؛ – الرمز exp ودراسة الدالة $x \to \exp(x)$ ؛ – العدد e والكتابة e^{x} ؛ – الدوال الأصلية للدالة $x \to u'(x)\, e^{u(x)}$ ؛	– التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي على الدالة اللوغاريتمية النيبيرية؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نيبيرية؛ – التمكن من نهايات الدالة الأسية النيبيرية الأساسية ؛	– لكل عدد a موجب قطعا لدينا $a^{b} = e^{b\ln a}$ ؛
3 . 4 . الدالة الأسية للأساس a – تعريف و خاصيات؛ – مشتقة الدالة $x \to a^{x}$ ؛		
4 . **مبرهنة التزايدات المنتهية** – مبرهنة رول؛ مبرهنة التزايدات المنتهية؛ متفاوتة التزايدات المنتهية؛ – الخاصية المميزة لدالة ثابتة أو تزايدية قطعا على مجال؛	– معرفة التأويل الهندسي لمبرهنة رول و مبرهنة التزايدات المنتهية ومتفاوتة التزايدات المنتهية؛ – تطبيق هذه المبرهنات على المتتاليات العددية من نوع $u_{n+1} = f(u_n)$ أو في تأطير التعابير و الصيغ الجبرية أو الأعداد الحقيقية؛	– يتم التركيز على تطبيقات مبرهنة رول ومبرهنة التزايدات المنتهية ومتفاوتة التزايدات المنتهية في تأطير و إكبار وإصغار التعابير الجبرية ودراسة المتتاليات العددية؛ – ينبغي التركيز على التأويلات الهندسية لمختلف المبرهنات و الخاصيات الواردة في هذه الفقرة للتعويض عن النقص في دقة البراهين المقدمة وحتى يتم دعمها بتمثلات فكرية لدى التلاميذ وتصبح أدوات هندسية وليست فقط استنتاجات جبرية.
5 . **المعادلات التفاضلية** – المعادلة التفاضلية: $y' = ay + b$ – المعادلة التفاضلية: $y'' + ay' + by = 0$	– حل المعادلة $y' = ay + b$ – حل المعادلة $y'' + ay' + by = 0$	– حل المعادلة $y' = ay + b$ وتوظيفها في وضعيات من مواد التخصص؛ – حل المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ وتوظيفها في وضعيات من مواد التخصص – يقبل الحل العام للمعادلة التفاضلية $y''+ay'+by = 0$.

2 . 3 . الحساب التكاملي

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– تكامل دالة متصلة على قطعة $[a,b]$؛ التأويل الهندسي؛ – الدالة الأصلية $x \to \int_a^x f(t)\,dt$ ؛ – التكامل و العمليات (الخطانية – علاقة شال...)؛ – التكامل والترتب : * التكامل و القيمة المطلقة؛ * القيمة المتوسطة لدالة متصلة على قطعة؛ * مبرهنة المتوسط : $\exists\ c \in [a,b],\ \int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$ ؛ – تقنيات حساب التكامل : استعمال الدوال الأصلية؛ طريقة المكاملة بالأجزاء؛ طريقة تغيير المتغير.....؛ – تطبيقات حساب التكامل : حساب المساحات ؛ حساب الحجوم؛	– حساب تكامل دوال حدودية ودوال جذرية ودوال مثلثية ودوال لاجذرية بسيطة؛ و توظيف تقنيات حساب التكامل؛ – التمكن من حساب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنيين؛ – التمكن من حساب حجم المجسم المولد بدوران منحنى دالة حول أحد محوري المعلم؛ – تطبيق حساب التكامل في إثبات بعض المتفاوتات وإعطاء تقريبات؛ – دراسة الدوال من نوع $x \to \int_a^x f(t)\,dt$ – تأطير تكامل بمتتاليتين باستعمال طريقة المستطيلات (في حالة الدوال الرتيبة) – تحديد نهايتي المتتاليتين : $u_n = \frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f(a+k\frac{b-a}{n})$ و $v_n = \frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\frac{b-a}{n})$ (حيث f دالة متصلة على المجال $[a,b]$)؛ – دراسة دوال و متتاليات معرفة بتكامل.	– ينبغي تقديم تكامل دالة على قطعة انطلاقا من مفهوم دالة أصلية لدالة متصلة؛ – يتم الربط بين تكامل دالة متصلة و موجبة على مجال $[a;b]$ ومساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ من خلال دراسة حالة دالة ثابتة ثم دالة تآلفية ثم دالة تآلفية على مجالات و متصلة ليتم تعميم النتيجة على الدوال المتصلة و الموجبة على مجال ؛ – يتم التركيز على تقنيات حساب التكامل وتقنيات تأطير تكامل ...؛ – يسمح التكامل بالبرهان على وجود الدوال الأصلية للدوال المتصلة على مجال وتوفير تقنيات لتحديدها وعكسيا معرفة دالة أصلية لدالة يسمح بحساب تكاملها وينبغي أن يبرز هذا التناسق للتلاميذ من خلال تعدد الأنشطة؛ – دراسة الدوال من نوع $x \to \int_a^{u(x)} f(t)\,dt$ ؛ – تعتبر الدوال من نوع $x \to \int_a^x f(x,t)dt$ خارج المقرر؛

الجبر والهندسة

1 . الحسابيات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– الأعداد الأولية فيما بينها؛ مبرهنة كوص؛ مبرهنة بوزو؛ – حل المعادلة : $ax+by=c$ في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ – الموافقة بترديد n (تذكير) ؛ المجموعة $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ؛ العمليات في المجموعة $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ وخاصياتها؛ – المجموعة $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ في حالة p عدد أولي – مبرهنة فيرما (*petit théorème de FERMAT*) – نظمات العد في الأساس b $(b \geq 2)$؛	– توظيف التفكيك إلى عوامل أولية في تحديد المضاعف المشترك الأكبر والقاسم المشترك الأصغر لعددين أو أكثر؛ – توظيف مبرهنات $(Gauss)$ و $(Bezout)$ وفيرما $(Fermat)$ في وضعيات حسابياتية؛ – توظيف خوارزمية اقليدس في تحديد القاسم المشترك الأكبر وفي تحديد معاملات بوزو؛ – حل المعادلة $ax+by=c$ في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$؛ –كتابة عدد صحيح طبيعي في نظمة العد لأساس معلوم ؛ – جمع وجداء عددين في نظمة لأساس معلوم؛	– توليف المكتسبات التي سبق التطرق لها في الجدع المشترك و السنة الأولى من مسلك العلوم الرياضية؛ – التركيز على الدقة في البراهين و الوضوح في التعابير اللغوية عند صياغة البرهان ؛ – دراسة بعض الخوارزميات (اقليدس,كربال *Eratosthène* ...) وتطبيقاتها؛ – دراسة بعض المعادلات الديوفانتية؛ – تطبيق مبرهنة فيرما ومبرهنة كوص ومبرهنة بوزو والمبرهنة الأساسية في الحسابيات ؛ – تتم معالجة أمثلة من وضعيات التشفير من خلال تمارين للتحسيس بهذا المفهوم ؛

2 . الأعداد العقدية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– المجموعة $\mathbb{C}$ ؛ الكتابة الجبرية لعدد عقدي؛ تساوي عددين عقديين؛ الجزء الحقيقي والجزء التخيلي لعدد عقدي؛ مرافق عدد عقدي وخاصياته؛ – العمليات على الأعداد العقدية؛	– التمكن من الحساب الجبري على الأعداد العقدية – التأويل الهندسي للتعابير والصيغ العقدية وترجمة الخاصيات الهندسية إلى صيغ وتعابير عقدية؛ – توظيف الأعداد العقدية في الحساب المثلثي (صيغ التحويل) وحل المعادلات الجبرية وحل المسائل	– ينبغي أن يتم التحسيس بضرورة إدخال الأعداد العقدية بشكل مختصر ومركز؛ – نظرا لما يكتسيه التمثيل الهندسي من أهمية في ترسيخ مفهوم العدد العقدي فإن تناوله ينطلق مباشرة مع بداية الفصل ويواكب تقديم جل المفاهيم المقررة لبلورة التأويلات الهندسية لكل من المقابل والمرافق والمعيار والعمدة ومجموع عددين عقديين وجداء عدد عقدي في عدد حقيقي؛

– المستوى العقدي؛ لحق نقطة؛ لحق متجهة؛ صورة عدد عقدي؛ – معيار عدد عقدي؛ المعيار و المسافة؛ المتفاوتة المثلثية؛ مجموعة الأعداد العقدية التي معيارها واحد $(U,.)$ والدائرة المثلثية؛ — عمدة عدد عقدي غير منعدم؛ – الشكل المثلثي لعدد عقدي؛ الإحداثيات القطبية لنقطة من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و ممنظم ؛ زاوية متجهتين و عمدة خارج لحقيهما؛ التأويل الهندسي للكتابتين $\frac{z-a}{z-b}$ و $\frac{z-a}{z'-b}$ ؛ – الترميز الأسي لعدد عقدي غير منعدم؛ صيغتا أولير وصيغة موافر؛ إخطاط وتعميل الحدوديات المثلثية؛ — الجذور من الرتبة n للوحدة —الجذور من الرتبة n لعدد عقدي غير منعدم؛ زمرة الجذور النونية للوحدة $(U_n,.)$ ؛ — المعادلة من الدرجة الثانية بمجهول عقدي واحد معاملاتها عقدية؛ العلاقة بين المعاملات والحلول؛ – الصيغ العقدية للتحويلات الاعتيادية في المستوى : الإزاحة؛ التماثل؛ التحاكي؛ الدوران.	الهندسية ؛ – تأويل المفاهيم الهندسية التالية، باستعمال الأداة العقدية : المسافة بين نقطتين، قياس الزوايا، المرجح، استقامية النقط، استقامية وتعامد المتجهات، تداور أربع النقط؛ – حل المعادلة من الدرجة الثانية بمجهول عقدي واحد معاملاتها عقدية؛ – التأويل الهندسي لمجموعة حلول المعادلة $z^n=1$ وحل هده المعادلة؛ – تحديد الصيغ العقدية للتحويلات الاعتيادية – توظيف الصيغ العقدية للتحويلات الاعتيادية لدراسة وضعيات هندسية؛	– توظف صيغ التحويل المثلثية وتستعمل الأعداد العقدية في إيجاد بعض صيغ التحويل المثلثية. – جعل التلاميذ قادرين على توظيف الأعداد العقدية كأداة من بين الأدوات الأخرى لحل المسائل الهندسية؛ – يعتبر هذا الفصل مناسبة للتذكير وتوليف أهم النتائج حول التحويلات الاعتيادية في المستوى ؛ – تتم معالجة مركب دورانين ومركب دوران و إزاحة و مركب تحاكي و إزاحة ومركب دوران و تحاكي من خلال أمثلة ؛

3 . حساب الاحتمالات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– التجارب العشوائية؛ فضاء احتمالي منته؛ فرضية تساوي الاحتمالات؛ – الاحتمال الشرطي؛ استقلالية حدثين؛ استقلالية اختبارين؛ – المتغير العشوائي؛ قانون احتمال متغير عشوائي؛ حالة القانون الحداني؛ – الأمل الرياضي؛ دالة التجزيء؛ المغايرة؛ الانحراف الطرازي؛	– حساب احتمال اتحاد حدثين؛ – حساب احتمال تقاطع حدثين؛ توظيف الاحتمال الشرطي لتحديد احتمال تقاطع حدثين؛ – حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛ – استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛ – التعرف على استقلال حدثين؛ وانسجام حدثين؛ – تحديد قانون احتمال متغير عشوائي. – التعرف على القانون الحداني وتطبيقه في وضعيات من مواد التخصص؛	– ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛ – من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس $rand$ من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة لهذه الغاية؛ – ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلاميذ يتدربون تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ – يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد ه – يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ – تطبيق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛ – يكون مناسبة للتذكير بأهم النتائج حول التعداد

4 . البنيات الجبرية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
الجزء الأول 1 . قانون التركيب الداخلي : – أمثلة متنوعة : مجموعة الدوال المعرفة على مجال؛ مجموعة الحدوديات التي درجتها أصغر أو تساوي	– التمكن من تقنيات العمليات على مختلف البنيات الاعتيادية ؛ –توظيف بنيات المجموعات الاعتيادية لدراسة بنيات مجموعات أخرى؛	– الاقتصار على مجموعة الدوال المعرفة على مجال؛ مجموعة الحدوديات التي درجتها أصغر أو تساوي n ؛ مجموعة المصفوفات المربعة – المجموعات $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ؛ مختلف مجموعات التحويلات مزودة بعملية التركيب....مع التركيز على العمليات الأساسية على المصفوفات المربعة؛

n ؛ مجموعتي المصفوفات المربعة $M_2(\mathbb{R})$ و $M_3(\mathbb{R})$ ؛ المجموعات $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ؛ مختلف مجموعات التحويلات مزودة بعملية التركيب؛ .... - قانون تركيب داخلي؛ جزء مستقر ؛ قانون مستخلص؛ خاصيات قانون تركيب داخلي (التجميعية-التبادلية-العنصر المحايد-العنصر المماثل- الكتابتين na و a^n)؛ - التشاكل و التشاكل التقابلي بين مجموعتين مزودتين بقانوني تركيب داخليين؛ 2 الزمرة: - الزمرة ؛ قواعد الحساب في زمرة؛ زمرة جزئية؛ الخاصية المميزة لزمرة جزئية؛ - تشاكل زمرتين ؛ زمرتان متشاكلتان تقابليا؛ صورة زمرة بتشاكل تقابلي؛ **الجزء الثاني** 3. الحلقة والجسم : ـــ الحلقة : تعريف وأمثلة . تطبيقات الحلقة الكاملة ؛ ـــ الجسم : تعريف و أمثلة . خاصيات؛ 4 . الفضاء المتجهي الحقيقي: - قانون تركيب خارجي؛ تعريف فضاء متجهي حقيقي؛ قواعد الحساب في فضاء متجهي حقيقي؛ الفضاء المتجهي الجزئي؛ الخاصية المميزة لفضاء	- مقارنة بنيتين جبريتين أو نقل بنية جبرية من مجموعة إلى أخرى باستعمال مفهوم التشاكل والتشاكل التقابلي؛	- يتم تقديم مختلف التعاريف معززة بأمثلة اعتيادية ؛ - التركيز على الزمرة الجزئية و الفضاء المتجهي الجزئي في علاقتهما بالزمر والفضاءات الاعتيادية؛ - ينبغي التعامل مع عدة نماذج من العمليات على مختلف المجموعات الواردة في البرنامج (الأعداد؛ التحويلات؛ المصفوفات ؛التطبيقات ؛ $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, U_n....؛) - تناول بنية $(M_n(\mathbb{R}),+,\times)$ و بنية $(M_n(\mathbb{R}),+,.)$ حيث $n=2,3$ ؛

		متجهي جزئي؛ التأليفات الخطية لأسرة من متجهات في فضاء متجهي حقيقي -؛ لارتباط و الاستقلال الخطيين؛ أساس فضاء متجهي حقيقي؛ -بعد فضاء متجهي حقيقي؛

التوزيع الدوري المقترح لبرنامج الرياضيات

بالسنة الثانية من سلك البكالوريا

شعبة العلوم الرياضية

مسلك العلوم الرياضية أ

مسلك العلوم الرياضية ب

الدورة الأولى		الدورة الثانية	
النهايات والاتصال		**الدوال اللوغاريتمية والأسية: الجزء الثاني**	
المتتاليات العددية		**مبرهنة التزايدات المنتهية**	
الاشتقاق ودراسة الدوال		**المعادلات التفاضلية**	
الدوال الأصلية		**الحساب التكاملي**	
الدوال اللوغاريتمية والأسية: الجزء الأول		**البنيات الجبرية: الجزء الثاني**	
الحسابيات		**حساب الاحتمالات**	
الأعداد العقدية			
البنيات الجبرية: الجزء الأول			

ملاحظات:

1 . يتم إنجاز فقرات برنامج كل دورة حسب ترتيب يعد على الصعيد الجهوي .

2 . تتخلل كل دورة أربعة فروض محروسة مدة إنجاز كل واحد منها ساعتان .

3 . تتخلل كل دورة أربعة فروض منزلية.

4 . تتخلل كل دورة حصص خاصة بالدعم والتثبيت .

برنامج مادة الرياضيات بالسنة الثانية من سلك البكالوريا

شعبة العلوم التجريبية

شعبة العلوم والتكنولوجيات الميكانيكية

شعبة العلوم والتكنولوجيات الكهربائية

اعتبارات خاصة

المتتاليات العددية

لقد تم التطرق خلال السنة الأولى من سلك البكالوريا، إلى عموميات حول المتتاليات العددية وإلى مميزات المتتاليات الحسابية والهندسية وبعض تطبيقاتهما لتعويد التلاميذ على التعامل مع وضعيات متقطعة ووصفها باستعمال المتتاليات،كما كان مناسبة لممارسة بعض أنواع الاستدلالات الرياضية (البرهان بالترجع على سبيل المثال). أما خلال هذه السنة فيتم تزويد التلاميذ ببعض الأدوات الضرورية لدراسة سلوك متتالية عددية شموليا وبجوار مالانهاية واستخلاص نتائج بشأنها وتوظيفها في تحديد تقريبات لبعض الأعداد الحقيقية وفي حل مسائل متنوعة من مواد التخصص.

إن درس المتتاليات لا ينتهي بانتهاء الفصل المخصص لها بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة. كما يتم التركيز على توظيف المتتاليات في حل المسائل المتعلقة بالتاطير والتقريب سواء لأعداد حقيقية أو صيغ وتعابير جبرية... ويكون هذا الفصل مناسبة لممارسة الاستدلالات الرياضية والدقة في صياغة البراهين والنصوص الرياضية.

الاتصال والاشتقاق

إن مفهوم الاتصال من المفاهيم الجديدة في هذا المستوى. وقد تم إدراجه اعتبارا لدوره في تقديم عدة خاصيات أساسية تتعلق بالدوال العددية وتمثيل الدوال وحل المعادلات المتراجحات والتقريب والتأطير.

يتم تقديم مفهوم الاتصال انطلاقا من مفهوم النهاية و التركيز على اتصال دالة على قطعة و على مجال وأثر ذالك على منحنى الدالة (منحنى متصل) و على صورة مجال أو قطعة بدالة متصلة و بدالة متصلة ورتيبة قطعا، ويتم التركيز خصوصا على مبرهنة القيم الوسيطية وتطبيقاتها المختلفة وعلى حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال (حالة المعادلات من نوع $f(x)=x$ ...).كما يكون هذا الفصل مناسبة لتقديم دالة الجزء الصحيح (يستعمل الرمز $E(x)$) كمثال لدالة غير متصلة في عدد لا منته من النقط؛

بعد التذكير بأهم نتائج السنة الأولى حول الاشتقاق، يتم التركيز خصوصا على النتائج التالية :

- تأطير و تقريب دالة قابلة للاشتقاق في نقطة باستعمال الدالة المشتقة؛
- مشتقة مركب دالتين قابلتين للاشتقاق ومشتقة الدالة العكسية لدالة قابلة للاشتقاق ورتيبة قطعا على مجال وتقديم الدوال $x \to \sqrt[n]{x}$ (حيث $n \geq 2$) و القوى الجذرية لعدد حقيقي موجب قطعا وخصائصها الجبرية .

يتم تقديم دالة اللوغاريتم في بداية السنة الدراسية مباشرة بعد تقديم الدوال الأصلية (والتي يمكن تقديمها خلال درس الاشتقاق) ، كالدالة الأصلية للدالة $x \to \dfrac{1}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$ التي تنعدم في 1 و الدالة $x \to e^x$ كدالتها العكسية.

دراسة الدوال

إن التمكن من الدراسة التقليدية لدالة عددية يعتبر ضروريا حتى يتمكن التلاميذ من توظيف دراسة الدوال كأداة لحل مسائل رياضية أو من مواد التخصص.

يتم توظيف دراسة الدوال (الاتصال، التغيرات على مجال...) في معالجة المسائل الحسابية (إكبار/ إصغار صيغة، تأطير تعبير أو عدد حقيقي، حلول معادلات أو متراجحات، معادلات تفاضلية ...).

حساب التكامل

يعرف التكامل انطلاقا من الدوال الأصلية؛

يتم الربط بين تكامل دالة على مجال $[a;b]$ ومساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ وذلك من خلال أمثلة بسيطة ثم يقبل أن مساحة هذا الحيز هو العدد $\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)$ حيث f دالة عددية موجبة متصلة على المجال $[a;b]$ و F دالة أصلية لها على مجال I يتضمن a و b .

يتم الاقتصار في حساب التكامل على طريقتي التكامل بالأجزاء واستعمال الدوال الأصلية دون طريقة تغيير المتغير؛

ويمكن استعمال حساب التكامل في وضعيات متنوعة فيزيائية (الشغل، القدرة، ...) ورياضية (حساب تقريبات، حساب نهايات، ...) وغيرهما وعلى استعمال المتتاليات في تأطير بعض التكاملات.

المعادلات التفاضلية

يتم الاقتصار، في هذا الفصل، على المعادلتين التاليتين:

1. المعادلة التفاضلية: $y'=ay+b$ ؛ حيث a و b عددان حقيقيان ؛
2. المعادلة التفاضلية: $y''+ay'+by=0$ ؛ حيث a و b عددان حقيقيان ؛

وينبغي توظيفهما في مجالات فيزيائية وغيرها دون أن يكون هذا التوظيف قدرة منتظرة.

الهندسة الفضائية

تحظى الهندسة الفضائية داخل البرنامج بأهمية خاصة؛ فهي تهدف إلى تقوية إدراك التلاميذ لخاصيات الفضاء الفيزيائي الاعتيادي. ويعد تقديم المتجهات في الفضاء وتحديدها من الأدوات التي تمكن التلاميذ من ترييض وضعيات ومن التعبير عن خاصيات بعض أجزاء الفضاء تعبيرا رياضيا مرنا و من الكشف عن بعض الخاصيات التي تساعد في حل بعض المسائل الهندسية التي قد يستعصي حلها بطريقة هندسية صرفة. غير أنه ينبغي ألا تكون الوسائل المتجهية أو التحليلية سببا في حجب الرؤية الهندسية أو التأويل الهندسي للنتائج التي تم التوصل إليها.

ويظل الهاجس الأساسي في جميع الأحوال هو ربط هذه المفاهيم بمختلف تطبيقاتها في مجالات التخصص.

الأعداد العقدية

تعتبر الأعداد العقدية أداة لاستنتاج مختلف صيغ التحويل المثلثية ولحل معادلات من الدرجة الثانية وحل معادلات تؤول إلى المعادلات السابقة ولدراسة تشكلات هندسية من المستوى ولبعض التحويلات الاعتيادية في المستوى .

كل تقديم أو بناء نظري للأعداد العقدية يعتبر خارج البرنامج.

يعتبر حل المعادلة $az^2+bz+c=0$ من أجل a و b و c أعداد غير حقيقية خارج المقرر.

يعتبر الحل العام للمعادلة $z^n=a$ خارج المقرر.

ينبغي التركيز عل الحل العقدي لبعض المسائل الهندسية وتعويد التلاميذ على اختيار الأداة المناسبة لحل هذه المسائل من بين التحليلية والمتجهية والعقدية وعلى ترجمة المفاهيم الهندسية، وخاصة منها المسافة وقياس زاوية واستقامية النقط وتداور النقط، وذلك

باستعمال الأعداد العقدية، وكذا على مختلف التطبيقات الجبرية للأعداد العقدية خصوصا: إخطاط الحدوديات المثلثية، صيغ التحويل المثلثية، حساب المجاميع، حل المعادلات الجبرية ...

حساب الاحتمالات

يتم إدراج مفهوم المحاكاة (*Simulation*) لإثبات استقرار تردد حدث عشوائي من خلال إعادة تجربة عشوائية عددا كبيرا من المرات (1000 مرة أو أكثر) من أمثلة بسيطة وباستعمال الملمس ***Rand*** للآلة الحاسبة العلمية أو القابلة للبرمجة أو برامج معلوماتية مخصصة لهذه الغاية إن كان مستوى القسم يسمح بذلك تمهيدا لقبول احتمال حدث عشوائ ؛ هذا وإن أي تبرير نظري لهذه النتيجة يعتبر خارج المقرر.

البرنامج والقدرات المنتظرة والتوجيهات التربوية

التحليل

1 – المتتاليات العددية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– نهاية متتالية – نهايات المتتاليات المرجعية: $(n)_n$ و $(n^2)_n$ و $(n^3)_n$ و $(\sqrt{n})_n$ و $(n^p)_n$ حيث p عدد صحيح طبيعي، – نهايات المتتاليات المرجعية: $\left(\frac{1}{n}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n^2}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n^3}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n^p}\right)_n$ حيث p عدد صحيح طبيعي – المتتالية المتقاربة ؛ – مصاديق التقارب؛ تقارب متتالية تزايدية ومكبورة؛ تقارب متتالية تناقصية ومصغورة؛ – المتتالية المتباعدة؛ – العمليات على نهايات المتتاليات ؛ النهايات	– استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية في دراسة أمثلة من متتاليات من الشكل: $u_{n+1}=au_n+b$ ؛ و $u_{n+1}=\frac{au_n+b}{cu_n+d}$ ؛ – استعمال نهايات المتتاليات المرجعية ومصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية؛ – استعمال المتتاليات في حل مسائل متنوعة من مجالات مختلفة . – تحديد نهاية متتالية (u_n) متقاربة من الشكل $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I)\subset I$.	– كل دراسة نظرية لمفهوم نهاية متتالية تعتبر خارج البرنامج؛ – اعتبارا لكون المتتالية العددية دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية ، وانطلاقا من نهايات بعض الدوال المرجعية يتم ، في المرحلة الأولى، قبول نهايات المتتاليات (n) و (n^2) و (n^3) و $(\sqrt{n})$ و $(n^p)_n$ و المتتاليات $\left(\frac{1}{n}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n^2}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n^3}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)_n$ و $\left(\frac{1}{n^p}\right)_n$ حيث p عدد صحيح طبيعي أكبر من 3 ، عندما يؤول n إلى $+\infty$ – إذا كانت (v_n) متتالية عددية تحقق: $v_n \ge \alpha u_n$ من أجل $n \ge p$ حيث (u_n) متتالية نهايتها $+\infty$ و α عدد حقيقي موجب قطعا فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ ؛ – إذا كانت (v_n) متتالية عددية تحقق: $\|v_n - l\| \le \alpha u_n$ من أجل $n \ge p$ حيث (u_n) متتالية نهايتها 0 و α عدد حقيقي موجب قطعا فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = l$ ؛ – تعتبر العمليات على النهايات المنتهية واللامنتهية مقبولة وينبغي تعويد التلاميذ على الاستعمال الصحيح لها؛ – ينبغي العمل على توظيف الأداة المعلوماتية في هذا الفصل.

والترتيب؛		– يتم قبول مصاديق التقارب بعد تقديمها اعتمادا على انسجام العمليات على النهايات مع الترتيب وفي وضعيات ملموسة و متدرجة و ذلك انطلاقا من حالات خاصة؛ – إذا كانت $(u_n)_n$ متتالية تحقق: $\forall n\ ;\ v_n \le u_n \le w_n$ و $\lim\limits_{n\to\infty} v_n = \lim\limits_{n\to\infty} w_n = l$ فإن $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = l$ – تتم معالجة مسائل تؤول إلى دراسة متتاليات ترجعية من الشكل: * $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$ ؛ * $u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d}$ ؛ في حالات خاصة. – معالجة مسائل تؤدي إلى دراسة متتاليات من النوع : $v_n = (f(u_n))$ في حالات خاصة؛ – تقبل الخاصيات التالية: * إذا كانت المتتالية من نوع $u_{n+1} = f(u_n)$ (حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$) متقاربة ونهايتها هي l فإن l حل للمعادلة $f(x) = x$ ؛ * إذا كانت المتتالية (u_n) متقاربة و نهايتها هي l و إذا كانت الدالة f متصلة في l فإن المتتالية $v_n = (f(u_n))$ متقاربة ونهايتها هي $f(l)$ ؛ – تتم دراسة نهاية المتتالية $(a^n)_n$ (حيث $a \in \mathbb{R}^*$) ونهاية المتتالية $(n^\alpha)_n$ (حيث $\alpha \in \mathbb{Q}^*$) على أن تعتبر فيما بعد نهايتين اعتياديتين؛ – تقدم دراسة الدوال على دراسة المتتاليات.

2 . الدوال العددية

2 . 1 دراسة الدوال

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
1 . الاتصال والاشتقاق و دراسة الدوال – الاتصال في نقطة؛ الاتصال على اليمين؛ الاتصال على اليسار ؛ الاتصال على مجال (حالة الدوال الحدودية و الجذرية و المثلثية والدالة $x \to \sqrt{x}$)؛ – صورة مجال وصورة قطعة بدالة متصلة؛ – مبرهنة القيم الوسيطية؛ حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال ؛ – الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال؛ – الاتصال والاشتقاق؛ – مشتقة مركب دالتين قابلتين للاشتقاق ؛ – مشتقة الدالة العكسية ؛ – القوى الجذرية $x^r \left(r \in \mathbb{Q}^*\right)$ ؛ خاصيات ؛ – مشتقة $x \to \sqrt[n]{x}$ $(n \geq 1)$. – نماذج من دراسة الدوال .	– تحديد صورة قطعة أو مجال: * بدالة متصلة، * بدالة متصلة و رتيبة قطعا ، – تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في دراسة بعض المعادلات و المتراجحات أو دراسة إشارة بعض التعابير ...؛ – استعمال طريقة التفرع الثنائي *(la dichotomie)* في تحديد قيم مقربة لحلول المعادلة $f(x)=\lambda$ أو لتأطير هذه الحلول ؛ – تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في حالة دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال، لإثبات وحدانية حل المعادلة $f(x)=\lambda$ ؛ – حساب مشتقات الدوال الاعتيادية؛ – تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها؛ – تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛ – الحل المبياني لمعادلات من الشكل	– يتم اعتماد التعريف التالي : نقول إن دالة f متصلة في نقطة x_0 إذا كان $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)=f(x_0)$ ؛ – تقبل النتائج المتعلقة باتصال الدوال الحدودية و الجذرية و المثلثية و الدالة $x \to \sqrt{x}$ و يتم التركيز على تطبيقاتها ؛ – نقبل أن صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة و أن صورة مجال هي أيضا مجال ثم تستنتج مبرهنة القيم الوسيطية ؛ – نقبل أن $f+g$ و fg و λf و $g \circ f$ دوال متصلة على مجال I إذا كانت f و g متصلتين على I ؛ – يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسيها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي دراسة منحى تغيرات دالة على مجال وتحديد المطاريف ودراسة إشارة دالة أو متفاوتة جبرية على مجال أو تقعر منحنى دالة عددية ... ويكون مناسبة للتذكير بالخاصية المميزة لدالة ثابتة أو رتيبة قطعا على مجال؛ – تعتبر الدوال العكسية للدوال المثلثية الاعتيادية خارج البرنامج؛ – من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية ودوال لاجذرية و دوال مثلثية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق و النهايات وتقريب دالة بدالة تآلفية وعناصر تماثل منحنى دالة ودراسة الفروع اللانهائية لمنحنى وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا ...؛ – ينبغي الاقتصار على دراسة بعض النماذج للدوال اللاجذرية التي لا تطرح دراسة إشارة مشتقتها صعوبات؛ ويتم بهذه المناسبة التطرق إلى المعادلات اللاجذرية من خلال نماذج.

	ومتراجحات من الشكل $f(x)=g(x)$ ؛ $f(x)\le g(x)$ ؛ – تحديد مشتقة ورتابة الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال وتمثيلها مبيانيا؛ – حل مسائل تطبيقية حول القيم الدنوية والقيم القصوية – دراسة و تمثيل دوال لاجذرية ودوال مثلثية؛	– استعمال الكتابة التفاضلية $dy=f'(x)\,dx$ ؛
2 . **الدوال الأصلية** – الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال؛ – الدوال الأصلية لمجموع دالتين ؛ الدوال الأصلية لجداء دالة و عدد حقيقي.	– تحديد الدوال الأصلية للدوال الاعتيادية؛ – استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد الدوال الأصلية لدالة على مجال؛	– تحدد الدوال الأصلية للدوال الاعتيادية انطلاقا من القراءة العكسية لجدول مشتقات هذه الدوال .
3 . **الدوال اللوغارتمية و الأسية** **الجزء الأول** : * دالة اللوغاريتم النبيري : – تعريف وخصائص جبرية؛ – الرمز ln و دراسة الدالة $x\to\ln(x)$ – المشتقة اللوغارتمية لدالة؛ – الدوال الأصلية للدالة : $x\to\frac{u'(x)}{u(x)}$ *دالة اللوغاريتم للأساس a : – تعريف و خاصيات ؛	– التمكن من الحساب الجبري على اللوغاريتمات؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات لوغارتمية ؛ – معرفة وتطبيق اللوغاريتم العشري (خاصة في حل المعادلات من نوع $10^x=a$)؛ – التمكن من النهايات اللوغاريتمية الأساسية وتوظيفها؛	– يتم و مباشرة بعد درس الدوال الأصلية، تقديم دالة اللوغاريتم باعتبارها الدالة الأصلية للدالة $x\to\frac{1}{x}$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم في 1؛ – الدالة الأسية النبيرية هي التقابل العكسي لدالة اللوغاريتم النبيري؛ – لكل عدد a موجب قطعا لدينا $a^b=e^{b\ln a}$ – يتم قبول $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ ؛ – تعتبر النهايات المرتبطة بالدالة اللوغاريتمية والدالة الأسية النبيرية بالإضافة إلى النهايات $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}$ و $\lim_{x\to-\infty}x^ne^x$ و $\lim_{x\to0^+}x^n\ln x$ حيث $(n\in\mathbb{N}^*)$ نهايات أساسية؛ – استعمال الدوال اللوغاريتمية و الأسية في حل مسائل متنوعة؛

– دالة اللوغاريتم العشري **الجزء الثاني :** * الدالة الأسية النيبيرية : – تعريف و خصائص جبرية ؛ – الرمز exp و دراسة الدالة $x \to \exp(x)$ ؛ – العدد e والكتابة e^x ؛ – الدوال الأصلية للدالة $x \to u'(x)\,e^{u(x)}$ ؛ – الدالة الأسية للأساس a : * تعريف و خاصيات ؛ * مشتقة الدالة $x \to a^x$ **4 . المعادلات التفاضلية** – المعادلة التفاضلية : $y' = ay + b$ ؛ – المعادلة التفاضلية : $y'' + ay' + by = 0$ ؛	– التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي على لوغاريتمات؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نيبيرية ؛ – التمكن من نهايات الدالة الأسية النيبيرية الأساسية وتوظيفها ؛ – التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي صيغها على الدالة الأسية النيبيرية ودالة اللوغاريتم النيبيري؛ – تحديد قيم مقربة للعدد e^a حيث a عدد حقيقي أو تحديد قيمة مقربة لعدد a بحيث e^a عدد معلوم باستعمال الأداة المعلوماتية؛ – حل المعادلة $y' = ay + b$ ؛ – حل المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ ؛	– حل المعادلة $y' = ay + b$ وتوظيفها في وضعيات من مواد التخصص؛ – حل المعادلة $y'' + ay' + by = 0$ وتوظيفها في وضعيات من مواد التخصص – يقبل الحل العام للمعادلة التفاضلية $y'' + ay' + by = 0$ ؛

2 . 2 . الحساب التكاملي

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– تكامل دالة متصلة على قطعة؛ – خاصيات التكامل: علاقة شال، الخطانية، – التكامل والترتيب، القيمة المتوسطة؛ – تقنيات حساب التكامل: استعمال الدوال الأصلية؛ المكاملة بالأجزاء؛ – حساب المساحات والحجوم؛	– حساب تكامل دالة عددية ؛ – التمكن من حساب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنيين؛ – التمكن من حساب حجم المجسم المولد بدوران منحنى دالة على محور الأفاصيل	– ينبغي تقديم تكامل دالة على قطعة انطلاقا من مفهوم دالة أصلية لدالة متصلة ؛ – تقبل جميع الخاصيات ويمكن تأويلها هندسيا باستعمال المساحة؛

الهندسة والجبر

1 . الجداء السلمي في V_3

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– تعريف ؛ – خاصيات: التماثلية؛ الخطانية. – تعامد متجهتين. – المعلم والأساس المتعامدان الممنظمان. – الصيغة التحليلية للجداء السلمي ولمنظم متجهة ولمسافة نقطتين.	– التعبير والبرهنة على تعامد متجهتين باستعمال الجداء السلمي؛ – التعبير متجهيا وتحليليا عن التعامد وخاصياته	– يتم تقديم الجداء السلمي في الفضاء وخاصياته كما تم تقديمه في المستوى؛ – تمدد وتقبل جميع خاصيات الجداء السلمي إلى الفضاء – من أهداف هذا الجزء من البرنامج توظيف الجداء السلمي في التعبير عن الخاصيات المترية وعن التعامد تعبيرا تحليليا والتوصل إلى صيغ بعض المسافات؛

2 . تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء

التوجيهات التربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
– يتعين حصر الدراسة التحليلية للأوضاع النسبية لفلكة ومستوى ولفلكة ومستقيم على أمثلة عددية دون التطرق إلى الحالة العامة؛ – يتم توظيف الجداء السلمي في دراسة التوازي والتعامد في الفضاء؛	– تحديد مستوى بنقطة ومتجهة منظمية. – تحديد المستقيم المار من نقطة والعمودي عل مستوى. – تحديد معادلة ديكارتية لفلكة محددة بمركزها وشعاعها؛ – تحديد تمثيل بارامتري لفلكة؛ – التعرف على مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$ ؛	– تحديد تحليلي للمجموعة $\{M\in P / \vec{u}\,\overrightarrow{AM}=k\}$ ؛ – المتجهة المنظمية لمستوى؛ – معادلة ديكارتية لمستوى محدد بنقطة ومتجهة منظمية عليه؛ – مسافة نقطة عن مستوى؛ – دراسة تحليلية للفلكة؛ – دراسة مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث: $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$ – تقاطع فلكة ومستوى؛ المستوى المماس لفلكة في نقطة معلومة منها؛ تقاطع فلكة ومستقيم. – تطبيقات في حل مسائل هندسية.

3 . الجداء المتجهي

التوجيهات التربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
– ينبغي تعريف الفضاء المتجهي بعد توجيه الفضاء باستعمال رجل أمبير إلى جانب إعطاء تأويله الهندسي. أما خاصياته فتعتبر جميعها مقبولة في هذا المستوى.	– حساب مساحة مثلث باستعمال الجداء المتجهي؛ – تحديد معادلة مستوى محدد بثلاث نقط غير مستقيمية؛ – تطبيق الجداء المتجهي في حل مسائل هندسية	– توجيه الفضاء؛ ثلاثي الوجوه؛ المعلم والأساس الموجهان. – تعريف هندسي للجداء المتجهي وتأويل منظمه؛ – خاصيات: التخالفية؛ الخطانية؛

- إحداثيات الجداء المتجهي بالنسبة لأساس متعامد ممنظم مباشر؛ - مسافة نقطة عن مستقيم.	وفيزيائية؛	

4. الأعداد العقدية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
الجزء الأول : - المجموعة $\mathbb{C}$. - الكتابة الجبرية لعدد عقدي ؛ - تساوي عددين عقديين ؛ - التمثيل الهندسي لعدد عقدي: لحق نقطة؛ لحق متجهة؛ - العمليات على الأعداد العقدية؛ - مرافق عدد عقدي؛ معيار عدد عقدي؛ - عمدة عدد عقدي غير منعدم؛ الشكل المثلثي ؛ - زاوية متجهتين وعمدة خارج لحقيهما، استقامية ثلاث نقطة ؛ **الجزء الثاني** : - المعادلة $az^2+bz+c=0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية و $a\neq 0$؛	- التمكن من الحساب على الأعداد العقدية؛ - الانتقال من الكتابة الجبرية إلى الكتابة المثلثية لعدد عقدي والعكس؛ - التعرف على الصيغ المثلثية الأساسية باستعمال الأعداد العقدية؛ - إخطاط حدانيات مثلثية باستعمال الترميز الأسي لعدد عقدي؛ - تطبيق الأعداد العقدية في حل مسائل هندسية (الاستقامية، التعامد، ...)؛ - التعبير عقديا عن الإزاحة و التحاكي والدوران. - حل المعادلة $az^2+bz+c=0$ في المجموعة $\mathbb{C}$ مع $(a;b;c)\in IR^*\times IR\times IR$ ؛	- ينبغي أن يتم التحسيس بضرورة إدخال الأعداد العقدية بشكل مختصر ومركز؛ - نظرا لما يكتسيه التمثيل الهندسي من أهمية في ترسيخ مفهوم العدد العقدي فإن تناوله ينطلق مباشرة مع بداية الفصل ويواكب تقديم جل المفاهيم المقررة لبلورة التأويلات الهندسية لكل من المقابل والمرافق والمعيار والعمدة ومجموع عددين عقديين وجداء عدد عقدي في عدد حقيقي؛ - يتم الربط بين معيار $z'-z$ والمسافة AB من جهة وعمدة $z'-z$ والزاوية المتجهية $\left(\widehat{\vec{i};\overrightarrow{AB}}\right)$ من جهة ثانية حيث z و z' هما على التوالي لحقا النقطتين A و B و $\vec{i}$ متجهة موجهة للمحور الحقيقي؛ - يجب التركيز على ترجمة المفاهيم الهندسية، وخصوصا المسافة وقياس زاوية واستقامية النقط وتداور النقط، إلى مصطلحات الأعداد العقدية؛ - يتم التطرق إلى حل معالات تؤول في حلها إلى معادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد في $\mathbb{C}$ معاملاتها أعداد حقيقية؛ - تعتبر المعادلة من الدرجة الثانية التي معاملاتها أعداد عقدية غير حقيقية خارج البرنامج؛

– الترميز الأسي لعدد عقدي $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ ؛ صيغتا أولير $(Euler)$ و صيغة موافر $(Moivre)$ ؛		

حساب الاحتمالات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– المبدأ الأساسي للتعداد؛ شجرة الاختيارات؛ – الترتيبات بتكرار؛ الترتيبات بدون تكرار – التأليفات ؛ – الأعداد C_n^p و A_n^p و $n!$ – التجارب العشوائية؛ – استقرار تردد حدث عشوائي؛ – احتمال حدث؛ – فرضية تساوي الاحتمالات؛ – الاحتمال الشرطي؛ استقلالية حدثين؛ استقلالية اختبارين؛ – المتغيرات العشوائية؛ قانون احتمال متغير عشوائي؛ الأمل الرياضي؛ الانحراف الطرازي لمتغير عشوائي؛ – القانون الحداني؛	– حساب احتمال اتحاد حدثين؛ – حساب احتمال تقاطع حدثين؛ – حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛ – استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛ – التعرف على استقلال حدثين؛ – تحديد قانون احتمال متغير عشوائي؛ – التعرف على القانون الحداني وتطبيقه في وضعيات من مواد التخصص؛	– تعويد التلاميذ على تصور المحاكاة *Simulation* المناسبة حسب التجربة العشوائية المعنية وتطبيقه؛ – ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛ – من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس *rand* من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة لهذه الغاية؛ – ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلميذ يتدرب تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ – يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد حدث عشوائي؛ – يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ – تطبيق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛

التوزيع الدوري المقترح لبرنامج الرياضيات

بالسنة الثانية من سلك البكالوريا

شعبة العلوم التجريبية

شعبة العلوم والتكنولوجيات الميكانيكية

شعبة العلوم والتكنولوجيات الكهربائية

الدورة الأولى		الدورة الثانية	
الاتصال والاشتقاق ودراسة الدوال	**30 ساعة**	**الدوال اللوغاريتمية والأسية: الجزء الثاني**	**12 ساعة**
المتتاليات العددية	**15 ساعات**	**الحساب التكاملي**	**10 ساعات**
الدوال الأصلية	**5 ساعات**	**المعادلات التفاضلية**	**4 ساعات**
الدوال اللوغاريتمية والأسية: الجزء الأول	**10 ساعات**	**الأعداد العقدية: الجزء الثاني**	**10 ساعة**
الأعداد العقدية: الجزء الأول	**10 ساعة**	**الهندسة الفضائية**	**15 ساعات**
		حساب الاحتمالات	**20 ساعة**

ملاحظات:

1 . يتم إنجاز فقرات برنامج كل دورة حسب ترتيب يعد على الصعيد الجهوي .

2 . تتخلل كل دورة ثلاثة فروض محروسة مدة إنجاز كل واحد منها ساعتان .

3 . تتخلل كل دورة ثلاثة فروض منزلية.

4 . تتخلل كل دورة حصص خاصة بالدعم والتثبيت .

برنامج مادة الرياضيات بالسنة الثانية من سلك البكالوريا
شعبة العلوم الاقتصادية والتدبير
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

اعتبارات خاصة

المتتاليات العددية

لقد تم التطرق خلال السنة الأولى من سلك البكالوريا إلى عموميات حول المتتاليات العددية وإلى مميزات المتتاليات الحسابية والهندسية وبعض تطبيقاتهما لتعويد التلاميذ على التعامل مع وضعيات متقطعة ووصفها باستعمال المتتاليات،كما كان مناسبة لممارسة بعض أنواع الاستدلالات الرياضية (البرهان بالترجع على سبيل المثال). أما خلال هذه السنة فيتم تزويد التلاميذ ببعض الأدوات الضرورية لدراسة سلوك متتالية عددية شموليا وبجوار مالانهاية واستخلاص نتائج بشأنها وتوظيفها في حل مسائل متنوعة من مجالات التجارة و الاقتصاد .

إن درس المتتاليات لا ينتهي بانتهاء الفصل المخصص لها بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة.

الاتصال والاشتقاق

إن مفهوم الاتصال من المفاهيم الجديدة في هذا المستوى. وقد تم إدراجه اعتبارا لدوره في تقديم عدة خاصيات أساسية تتعلق بالدوال العددية وتمثيل الدوال وحل المعادلات والمتراجحات والتقريب و التأطير .

يتم تقديم مفهوم الاتصال انطلاقا من مفهوم النهاية والتركيز على اتصال دالة على قطعة وعلى مجال وأثر ذلك على منحنى الدالة (منحنى متصل) وعلى صورة مجال أو قطعة بدالة متصلة وبدالة متصلة ورتيبة قطعا، ويتم التركيز خصوصا على مبرهنة القيم الوسيطية وتطبيقاتها المختلفة وعلى حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال (حالة المعادلات من نوع $f(x)=x$ ...)

بعد التذكير بأهم نتائج السنة الأولى حول الاشتقاق، يتم التركيز خصوصا على النتائج التالية:

- تأطير و تقريب دالة قابلة للاشتقاق في نقطة باستعمال الدالة المشتقة؛
- مشتقة مركب دالتين قابلتين للاشتقاق ومشتقة الدالة العكسية لدالة قابلة للاشتقاق ورتيبة قطعا على مجال.

يتم تقديم دالة اللوغاريتم في بداية السنة الدراسية مباشرة بعد تقديم الدوال الأصلية (والتي يمكن تقديمها خلال درس الاشتقاق)؛ كالدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$ التي تنعدم في 1 والدالة $x \to e^x$ كدالتها العكسية.

دراسة الدوال

إن التمكن من الدراسة التقليدية لدالة عددية يعتبر ضروريا حتى يتمكن التلاميذ من توظيف دراسة الدوال كأداة لحل مسائل رياضية أو من مواد التخصص.

يتم توظيف دراسة الدوال (الاتصال، التغيرات على مجال...) في معالجة المسائل الحسابية (إكبار/ إصغار صيغة، تأطير تعبير أو عدد حقيقي، حلول معادلات أو متراجحات)

حساب التكامل

يعرف التكامل انطلاقا من الدوال الأصلية؛

يتم الربط بين تكامل دالة على مجال $[a;b]$ ومساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ وذلك من خلال أمثلة بسيطة ثم يقبل أن مساحة هذا الحيز هو العدد $\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)$ حيث f دالة عددية موجبة متصلة على المجال $[a;b]$ و F دالة اصلية لها على مجال I يتضمن a و b.

يتم الاقتصار في حساب التكامل على طريقتي التكامل بالأجزاء واستعمال الدوال الأصلية دون طريقة تغيير المتغير؛ ويمكن استعمال حساب التكامل في وضعيات متنوعة (حساب تقريبات، حساب نهايات، ...) وغيرهما وعلى استعمال المتتاليات في تأطير بعض التكاملات.

حساب الاحتمالات

ينبغي التأكيد على استعمال الأداة المعلوماتية في جميع مراحل هذا الفصل كلما سنحت الفرصة لذلك؛

يتم إدراج مفهوم المحاكاة (*Simulation*) لإثبات استقرار تردد حدث عشوائي من خلال إعادة تجربة عشوائية عددا كبيرا من المرات (1000 مرة أو أكثر) من أمثلة بسيطة وباستعمال الململس ***Rand*** للآلة الحاسبة العلمية أو القابلة للبرمجة أو برامج معلوماتية مخصصة لهذه الغاية إن كان مستوى القسم يسمح بذلك تمهيدا لقبول احتمال حدث عشوائي؛ هذا وإن أي تبرير نظري لهذه النتيجة يعتبر خارج المقرر.

البرنامج والقدرات المنتظرة والتوجيهات التربوية

التحليل

1 – المتتاليات العددية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– نهاية متتالية – نهايات المتتاليات المرجعية: (n) و (n^2) و (n^3) و $(\sqrt{n})$ و (n^p) حيث p عدد صحيح طبيعي ؛ – نهايات المتتاليات المرجعية: $\left(\frac{1}{n}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^3}\right)$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^p}\right)$ حيث p عدد صحيح طبيعي؛ – المتتالية المتقاربة؛ – مصاديق التقارب؛ تقارب متتالية تزايدية ومكبورة؛ تقارب متتالية تناقصية ومصغورة؛ – المتتالية المتباعدة؛ – العمليات على نهايات المتتاليات؛ النهايات والترتيب؛	– استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية في دراسة أمثلة من متتاليات من الشكل: $u_{n+1}=au_n+b$ و $u_{n+1}=\frac{au_n+b}{cu_n+d}$ – استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية و المتتاليات من الشكل: $u_{n+1}=au_n+b$ في حل مسائل تجارية واقتصادية؛ – استعمال نهايات المتتاليات المرجعية ومصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية؛ – تحديد نهاية متتالية (u_n) متقاربة من الشكل: $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I)\subset I$.	– كل دراسة نظرية لمفهوم نهاية متتالية تعتبر خارج البرنامج؛ – اعتبارا لكون المتتالية العددية دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية ، وانطلاقا من نهايات بعض الدوال المرجعية يتم ، في المرحلة الأولى، قبول نهايات المتتاليات (n)و (n^2) و (n^3) و $(\sqrt{n})$ و (n^p) و المتتاليات $\left(\frac{1}{n}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^3}\right)$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^p}\right)$ حيث p عدد صحيح طبيعي أكبر من 3 ، عندما يؤول n إلى $+\infty$ ؛ – إذا كانت (v_n) متتالية عددية تحقق: $v_n \geq \alpha u_n$ من أجل $n \geq p$ حيث (u_n) متتالية نهايتها $+\infty$ و α عدد حقيقي موجب قطعا فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$ ؛ – إذا كانت (v_n) متتالية عددية تحقق: $\lvert v_n-l\rvert \leq \alpha u_n$ من أجل $n \geq p$ حيث (u_n) متتالية نهايتها 0 و αعدد حقيقي موجب قطعا فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=l$ ؛ – تعتبر العمليات على النهايات المنتهية واللامنتهية مقبولة وينبغي تعويد التلاميذ على الاستعمال الصحيح لها؛ – ينبغي العمل على توظيف الأداة المعلوماتية في هذا الفصل؛ – يتم قبول مصاديق التقارب بعد تقديمها اعتمادا على انسجام العمليات على النهايات مع الترتيب وفي وضعيات ملموسة و متدرجة و ذلك انطلاقا من حالات خاصة ؛

- إذا كانت $(u_n)_n$ متتالية تحقق: $v_n \leq u_n \leq w_n$; $\forall n$ و $\lim_{n\to\infty} v_n = \lim_{n\to\infty} w_n = l$ فإن $\lim_{n\to\infty} u_n = l$ ؛ - تتم معالجة مسائل تؤول إلى دراسة متتاليات ترجعية من الشكل: $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$ و من الشكل: $u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d}$ ، في حالات خاصة؛ - معالجة مسائل تؤدي إلى دراسة متتاليات من النوع : $v_n = (f(u_n))$ في حالات خاصة. - تقبل الخاصيتان التاليتان: * إذا كانت المتتالية من نوع $u_{n+1} = f(u_n)$ (حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$) متقاربة ونهايتها هي l فإن l حل للمعادلة $f(x) = x$ ؛ * إذا كانت المتتالية (u_n) متقاربة و نهايتها هي l و إذا كانت الدالة f متصلة في l فإن المتتالية $v_n = (f(u_n))$ متقاربة و نهايتها هي $f(l)$ ؛ - تتم دراسة نهاية المتتالية $(a^n)_n$ (حيث $a \in \mathbb{R}^*$) على أن تعتبر فيما بعد نهاية اعتيادية؛ - تقدم دراسة الدوال على دراسة المتتاليات.		

2 . الدوال العددية

2 .1 دراسة الدوال

التوجيهات التربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
- يتم اعتماد التعريف التالي : نقول إن دالة f متصلة في نقطة x_0 إذا كان $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ ؛ - تقبل النتائج المتعلقة باتصال الدوال الحدودية و الجذرية و الدالة $x \to \sqrt{x}$ ويتم التركيز على تطبيقاتها ؛	- تحديد صورة قطعة أو مجال: * بدالة متصلة؛ * بدالة متصلة و رتيبة قطعا ؛ - تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في دراسة بعض المعادلات و المتراجحات أو دراسة	1 . **الاتصال والاشتقاق ودراسة الدوال** - الاتصال في نقطة؛ الاتصال على اليمين؛ الاتصال على اليسار ؛ الاتصال على مجال (حالة الدوال الحدودية و الجذرية و الدالة $x \to \sqrt{x}$)؛

– صورة مجال وصورة قطعة بدالة متصلة؛ – مبرهنة القيم الوسيطية؛ حالة دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال ؛ – الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال؛ – الاتصال والاشتقاق؛ – مشتقة مركب دالتين قابلتين للاشتقاق ؛ – مشتقة الدالة العكسية ؛ – نماذج من دراسة الدوال .	إشارة بعض التعابير ....؛ – استعمال طريقة التفرع الثنائي (dichotomie) في تحديد قيم مقربة لحلول المعادلة $f(x)=\lambda$ أو لتأطير هذه الحلول؛ – تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في حالة دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال، لإثبات وحدانية حل المعادلة $f(x)=\lambda$ – حساب مشتقات الدوال الاعتيادية؛ – تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها؛ – تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛ – الحل المبياني لمعادلات من الشكل $f(x)=g(x)$ ومتراجحات من الشكل $f(x)\leq g(x)$ ؛ – تحديد مشتقة ورتابة الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال وتمثيلها مبيانيا؛ – حل مسائل تطبيقية حول القيم الدنوية والقيم القصوية؛ – دراسة و تمثيل دوال جدرية ودوال لاجذرية ؛	– نقبل أن صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة و أن صورة مجال هي أيضا مجال ثم تستنتج مبرهنة القيم الوسيطية ؛ – نقبل أن $f+g$ و fg و λf و $f\circ g$ دوال متصلة على مجال I إذا كانت f و g متصلتين على I ؛ – يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسيها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي دراسة منحى تغيرات دالة على مجال وتحديد المطارف ودراسة إشارة دالة أو متفاوتة جبرية على مجال أو تقعر منحنى دالة عددية... ويكون مناسبة للتذكير بالخاصية المميزة لدالة ثابتة أو رتيبة قطعا على مجال؛ – من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية ودوال لاجذرية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق و النهايات وتقريب دالة بدالة تآلفية وعناصر تماثل منحنى دالة ودراسة الفروع اللانهائية لمنحنى وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا...؛ – ينبغي الاقتصار على دراسة بعض النماذج للدوال اللاجذرية التي لا تطرح دراسة إشارة مشتقتها صعوبات؛ ويتم بهذه المناسبة التطرق إلى المعادلات اللاجذرية من خلال نماذج؛

2 . **الدوال الأصلية** – الدوال الأصلية لدالة متصلة على مجال؛ – الدوال الأصلية لمجموع دالتين ؛ الدوال الأصلية لجداء دالة و عدد حقيقي.	– تحديد الدوال الأصلية للدوال الاعتيادية؛ – استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد الدوال الأصلية لدالة على مجال؛	– تحدد الدوال الأصلية للدوال الاعتيادية انطلاقا من القراءة العكسية لجدول مشتقات هذه الدوال .
3 . **الدوال اللوغاريتمية و الأسية** **الجزء الأول** : * دالة اللوغاريتم النيبيري : – تعريف وخصائص جبرية؛ – الرمز ln و دراسة الدالة $x \to \ln(x)$ – المشتقة اللوغارتمية لدالة؛ – الدوال الأصلية للدالة : $x \to \frac{u'(x)}{u(x)}$ ؛ *دالة اللوغاريتم للأساس a : – تعريف و خاصيات ؛ – دالة اللوغاريتم العشري؛ **الجزء الثاني** : * الدالة الأسية النيبيرية : – تعريف وخصائص جبرية – الرمز exp و دراسة الدالة $x \to \exp(x)$ – العدد e والكتابة e^x؛	– التمكن من الحساب الجبري على اللوغاريتمات؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات لوغاريتمية ؛ – معرفة وتطبيق اللوغاريتم العشري (خاصة في حل المعادلات من نوع $10^x = a$)؛ – التمكن من النهايات اللوغاريتمية الأساسية وتوظيفها؛ – التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي على لوغاريتمات؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نيبيرية ؛ – التمكن من نهايات الدالة الأسية النيبيرية الأساسية وتوظيفها ؛	– يتم ، ومباشرة بعد درس الدوال الأصلية، تقديم دالة اللوغاريتم باعتبارها الدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x}$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم في 1؛ – الدالة الأسية النيبيرية هي التقابل العكسي لدالة اللوغاريتم النيبيري؛ – لكل عدد a موجب قطعا لدينا $a^b = e^{b\ln a}$ – يتم قبول $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ – تعتبر النهايات المرتبطة بالدالة اللوغاريتمية والدالة الأسية النيبيرية بالإضافة إلى النهايات $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}$ و $\lim_{x\to-\infty} x^n e^x$ و $\lim_{x\to0^+} x^n \ln x$ حيث $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ نهايات أساسية؛ – تستعمل الدوال اللوغاريتمية و الأسية في حل مسائل متنوعة؛

– الدوال الأصلية للدالة $x \to u'(x)\, e^{u(x)}$ ؛ – الدالة الأسية للأساس a : * تعريف و خاصيات ؛ * مشتقة الدالة $x \to a^x$ ؛	– التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي صيغها على الدالة الأسية النيبيرية ودالة اللوغاريتم النيبيري؛ – تحديد قيم مقربة للعدد e^a حيث a عدد حقيقي أو تحديد قيمة مقربة لعدد a بحيث e^a عدد معلوم باستعمال الأداة المعلوماتية؛	

2 . 2 . الحساب التكاملي

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– تكامل دالة متصلة على قطعة؛ – خاصيات التكامل: علاقة شال؛ الخطانية؛ – التكامل والترتيب، القيمة المتوسطة؛ – تقنيات حساب التكامل: استعمال الدوال الأصلية؛ المكاملة بالأجزاء؛ – حساب المساحات؛	– حساب تكامل دالة عددية؛ – التمكن من حساب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنيين؛	– ينبغي تقديم تكامل دالة على قطعة انطلاقا من مفهوم دالة أصلية لدالة متصلة ؛ – تقبل جميع الخاصيات ويمكن تأويلها هندسيا باستعمال المساحة؛

حساب الاحتمالات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	التوجيهات التربوية
– المبدأ الأساسي للتعداد؛ شجرة الاختيارات؛ – الترتيبات بتكرار؛ الترتيبات بدون تكرار ؛ – التأليفات ؛	– حساب احتمال اتحاد حدثين؛ – حساب احتمال تقاطع حدثين؛ – حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛	– تعويد التلاميذ على تصور المحاكاة Simulation المناسبة حسب التجربة العشوائية المعنية وتطبيقه؛ – ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛

– الأعداد C_n^p و A_n^p و $n!$ – التجارب العشوائية؛ – استقرار تردد حدث عشوائي؛ – احتمال حدث؛ – فرضية تساوي الاحتمالات؛ – الاحتمال الشرطي؛ استقلالية حدثين؛ استقلالية اختبارين؛ – المتغيرات العشوائية؛ قانون احتمال متغير عشوائي؛ الأمل الرياضي؛ الانحراف الطرازي لمتغير عشوائي؛ – القانون الحداني؛	– استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛ – التعرف على استقلال حدثين؛ – تحديد قانون احتمال متغير عشوائي. – التعرف على القانون الحداني وتطبيقه في وضعيات متنوعة؛	– من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس rand من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة لهذه الغاية؛ – ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلاميذ يتدربون تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ – يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد حدث عشوائي؛ – يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ – تطبيق الاحتمال في وضعيات متنوعة (تجارية واقتصادية ومالية)

التوزيع الدوري المقترح لبرنامج الرياضيات
بالسنة الثانية من سلك البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية
شعبة العلوم والتكنولوجيات الميكانيكية
شعبة العلوم والتكنولوجيات الكهربائية

الدورة الأولى		الدورة الثانية	
الاتصال والاشتقاق ودراسة الدوال **المتتاليات العددية** **الدوال الأصلية**		**الدوال اللوغاريتمية والسية** **الحساب التكاملي** **حساب الاحتمالات**	

ملاحظات:

1 . يتم إنجاز فقرات برنامج كل دورة حسب ترتيب يعد على الصعيد الجهوي .

2 . تتخلل كل دورة ثلاثة فروض محروسة مدة إنجاز كل واحد منها ساعتان .

3 . تتخلل كل دورة ثلاثة فروض منزلية.

4 . تتخلل كل دورة حصص خاصة بالدعم والتثبيت .

برنامج الرياضيات
بالسنة الثانية من سلك البكالوريا
شعبة التعليم الأصيل
شعبة الآداب والعلوم الإنسانية

اعتبارات خاصة

المتتاليات العددية

– لقد تم التطرق خلال السنة الأولى من سلك البكالوريا إلى العموميات حول المتتاليات العددية وإلى المتتاليات الحسابية والهندسية وبعض تطبيقاتهما لتعويد التلاميذ على التعامل مع وضعيات متقطعة ووصفها باستعمال المتتاليات. كما كان مناسبة لممارسة بعض أنواع الاستدلالات الرياضية. أما بهذا المستوى فستتم دراسة المتتاليات الترجعية من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$ بالإضافة إلى حساب النهايات؛

– إن أي دراسة نظرية لمفهوم النهاية بهذا المستوى تعتبر خارج البرنامج؛

الاشتقاق وتمثيل الدوال

– ينبغي تقريب المفاهيم المدروسة باستغلال الجانب العددي و التأويلات الهندسية .

– يظل مفهوم الاتصال بالسنة الثانية من هذا المسلك خارج البرنامج و يقتصر على دراسة الدوال القابلة للاشتقاق على مجال .

– يعتبر مفهوم الدالة العكسية خارج المقرر ولن يستغل في تقديم الدالة الأسية النبيري مثلا .

دالة اللوغاريتم النبيري والدالة الأسية النبيرية

– تعتبر البرهنة على أن $\lim\limits_{+\infty} \ln x = +\infty$ و $\lim\limits_{0^+} \ln x = -\infty$ خارج البرنامج.

– يتم خلال الفصل تعريف a^b ثم تعميم خاصيات الأسات على الأعداد الحقيقية باستعمال التعريف وخاصيات الدالة الأسية النبيرية؛ أما دراسة الدالة $x \to a^x$ فتعتبر خارج المقرر.

حساب الاحتمالات

- ينبغي التأكيد على أهمية استعمال الأداة المعلوماتية في درس الاحتمالات، خاصة بإجراء محاكاة (*Simulation*) لبعض التجارب العشوائية البسيطة وذلك من أجل ملاحظة تغير التكرارات من تجربة إلى أخرى و استقرارها شيئا فشيئا كلما كبر حجم العينة بهدف استخراج نماذج رياضياتية تمهيدا لدراسة الاحتمالات.

– إن أي تقديم نظري لمفاهيم الاحتمالات يعتبر خارج المقرر؛

البرنامج والقدرات المنتظرة والتوجيهات

1 . المتتاليات العددية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– المتتاليات من الشكل: $u_{n+1} = au_n + b$ وتمثيلها مبيانيا؛ – نهايات المتتاليات المرجعية: (n) و (n^2) و (n^3) و $(\sqrt{n})$ و (n^p) حيث p عدد صحيح طبيعي أكبر من 3 ؛ – نهايات المتتاليات المرجعية: $\left(\frac{1}{n}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^3}\right)$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^p}\right)$ حيث p عدد صحيح طبيعي أكبر من 3 ؛ – نهاية متتالية هندسية (a^n) حيث $a \in \mathbb{R}$. – العمليات على النهايات؛	– استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية في دراسة أمثلة من متتاليات من الشكل: $u_{n+1} = au_n + b$ ؛ – استعمال نهايات المتتاليات المرجعية لتحديد نهايات متتاليات عددية؛	– يقبل أن المتتاليات (n) و (n^2) و (n^3) و $(\sqrt{n})$ و (n^p) حيث p عدد صحيح طبيعي أكبر من 3 تؤول إلى $+\infty$ عندما يؤول n إلى $+\infty$ وأن المتتاليات $\left(\frac{1}{n}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^3}\right)$ و $\left(\frac{1}{n^p}\right)$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول n إلى $+\infty$ اعتبارا لكون المتتالية العددية دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية؛ – جميع النهايات الواردة في محتوى البرنامج تعتبر نهايات مرجعية ؛ – تعتبر العمليات على النهايات المنتهية واللامنتاهية مقبولة وينبغي تعويد التلاميذ على الاستعمال الصحيح لها؛ – إن أي دراسة نظرية لمفهوم نهاية متتالية تعتبر خارج البرنامج

2 . الدوال العددية

2 . 1 . الاشتقاق و الدوال الأصلية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– مراجعة ما سبقت دراسته في السنة الأولى : استعمال الدالة المشتقة لدراسة دالة عددية في حالة الدوال الحدودية من الدرجة لثانية و الثالثة و الدوال المتخاطة؛ _ دراسة الدالة $x \to \sqrt{ax+b}$.	– التمكن من مشتقات الدوال الاعتيادية؛ – تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها؛ – تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛ – الحل المبياني لمعادلات من الشكل $f(x)=\lambda$ ومتراجحات من الشكل $f(x)\le\lambda$ حيث f دالة اعتيادية.	– يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسبها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي تحديد بعض المطاريف؛ – من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق وحساب النهايات وعناصر تماثل منحنى دالة وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا؛ – دراسة إشارة $f'(x)$ لا ينبغي أن تطرح أية صعوبة للتلاميذ .

2 . 2 . الدوال اللوغاريتمية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
1 – دالة اللوغاريتم النبيري – الرمز $\ln$ ؛ – صيغ: $\ln ab$ $\ln\frac{1}{b}$ ؛ $\ln\frac{a}{b}$ ؛ $\ln\sqrt{a}$ ؛ $(n\in Z)$ $\ln a^n$ ؛ – دراسة وتمثيل الدالة $x\to\ln x$ ؛ **2 –اللوغاريتم العشري**	– التمكن من الحساب على اللوغاريتمات النبيرية والعشرية؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات بسيطة؛ – استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للوغاريتم عدد حقيقي موجب قطعا أو تحديد قيمة مقربة لعدد لوغاريتمه معلوم؛ – التمكن من نهايتي دالة اللوغاريتم النبيري عند محدات حيز تعريفه ؛ – التمكن من دراسة وتمثيل دوال بسيطة تحتوي على	– دالة اللوغاريتم هي الدالة الأصلية للدالة $x\to\frac{1}{x}$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم في 1؛ – نقبل في هذا المستوى أن $\lim\limits_{+\infty}\ln x=+\infty$ وأن $\lim\limits_{0^+}\ln x=-\infty$ وتعتبران نهايتين أساسيتين؛ كما تقبل صيغة الدالة المشتقة لدالة اللوغاريتم النبيري .

	اللوغاريتم النبيري ؛	
2 . 3 . الدالة الأسية النبيرية		
محتوى البرنامج	**القدرات المنتظرة**	**توجيهات تربوية**
– الدالة الأسية النبيرية؛ الرمز $\exp$ ؛ العدد e والكتابة e^x ؛ – الصيغ e^{a+b} ؛ e^{a-b} ؛ e^{-a} ؛ $\left(n\in Z\right)$ $\left(e^a\right)^n$ ؛ – دراسة وتمثيل الدالة $x\to e^x$ ؛	– حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نبيرية لا يكتسي حلها صعوبة؛ – استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للعدد e^a حيث عدد حقيقي a أو تحديد قيمة مقربة لعدد a بحيث e^a عدد معلوم؛ – دراسة وتمثيل دوال بسيطة تحتوي على الدالة الأسية النبيرية؛	– تقبل في هذا المستوى أن $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ و تعتبر نهايتين أساسيتين ؛ – إبراز العلاقة : $e^a=b \Leftrightarrow \begin{cases} a=\ln b \\ b>0 \end{cases}$ ؛ و استعمالهما في حل معادلات و متراجحات و نظمات .

3 . حساب الاحتمالات

3 . 1 . حساب الاحتمالات		
محتوى البرنامج	**القدرات المنتظرة**	**توجيهات تربوية**
– التجارب العشوائية؛ – استقرار تردد حدث عشوائي؛	– تصور المحاكاة *Simulation* المناسبة حسب التجربة العشوائية المعنية وتطبيقها؛	– ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛ – من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس *rand* من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة لهذه الغاية؛
– احتمال حدث؛	– حساب احتمال اتحاد حدثين؛	– ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلميذ يتدرب تدريجيا

– احتمال حدثين غير منسجمين؛ – الحدث المضاد؛ – اتحاد و تقاطع حدثين؛ – فرضية تساوي الاحتمالات؛	– حساب احتمال تقاطع حدثين؛ – حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛ – استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛	على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ – يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد حدث عشوائي؛ – يعتبر الاحتمال الشرطي و استقلالية حدثين و المتغيرات العشوائية خاج المقرر – يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ – تطبيق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛

التوزيع الدوري المقترح لبرنامج الرياضيات

بالسنة الثانية من سلك البكالوريا

شعبة التعليم الأصيل

شعبة الآداب والعلوم الإنسانية

الدورة الأولى		الدورة الثانية	
المتتاليات الترجعية:	8 ساعات	الاشتقاق و دراسة الدوال:	8 ساعات
نهاية متتالية:	8 ساعات	اللوغاريتم النبيري:	10 ساعات
الاحتمالات:	12 ساعات	الدالة الأسية النبيرية:	10 ساعات

ملاحظات:

1. يتم إنجاز فقرات برنامج كل دورة حسب ترتيب يعد على الصعيد الجهوي.
2. يتخلل كل دورة فرضان محروسان مدة إنجاز كل واحد منهما ساعة واحدة.
3. يتخلل كل دورة فرضان منزليان.
4. تتخلل كل دورة حصص خاصة بالدعم والتثبيت.

برنامج مادة الرياضيات بالسنة الثانية من سلك البكالوريا

شعبة الفنون التطبيقية

اعتبارات خاصة

الاشتقاق وتمثيل الدوال

- ينبغي تقريب المفاهيم المدروسة باستغلال الجانب العددي و التأويلات الهندسية .
- يظل مفهوم الاتصال بالسنة الثانية من هذا المسلك خارج البرنامج و يقتصر على دراسة الدوال القابلة للاشتقاق على مجال .
- يعتبر مفهوم الدالة العكسية خارج المقرر ولن يستغل في تقديم الدالة الأسية النبيرية مثلا .

دالة اللوغاريتم النبيري والدالة الأسية النبيرية

- تعتبر البرهنة على أن $\lim\limits_{+\infty} \ln x = +\infty$ و $\lim\limits_{0^+} \ln x = -\infty$ خارج البرنامج.
- يتم خلال الفصل تعريف a^b ثم تعميم خاصيات الأسات على الأعداد الحقيقية باستعمال التعريف وخاصيات الدالة الأسية النيبيرية؛ أما دراسة الدالة $x \to a^x$ فتعتبر خارج المقرر.

حساب التكامل

يعرف التكامل انطلاقا من الدوال الأصلية؛

يتم الربط بين تكامل دالة على مجال $[a;b]$ ومساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x = a$ و $x = b$ وذلك من خلال أمثلة بسيطة ثم يقبل أن مساحة هذا الحيز هو العدد $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ حيث f دالة عددية موجبة وقابلة للاشتقاق على المجال $[a;b]$ و F دالة أصلية للدالة f على مجال I يتضمن a و b ؛

ينبغي الاقتصار في حساب التكامل على جدول الدوال الأصلية الاعتيادية كما ينبغي التأكيد على توظيف حساب التكامل في حساب المساحات و الحجوم؛

تتم المزاوجة بين أنشطة تهدف لحساب القيم المضبوطة لتكاملات وبين أنشطة لتأطير ولحساب قيم مقربة لتكاملات.

التعداد وحساب الاحتمالات

يهدف فصل التعداد إلى تزويد التلاميذ بمجموعة من الأدوات والتقنيات للتمرن على التعامل مع وضعيات تعدادية وربطها بالنموذج التعدادي المناسب؛ لذا ينبغي الحرص على تعويدهم على اختيار واستعمال الصيغ الملائمة تبعا للوضعية المدروسة. وبما أن جل المسائل تكون مستقاة من الحياة العامة ومن قطاعات مختلفة فإن هذا الفصل يعد مناسبة لتدريب التلاميذ على الترييض. وينبغي التأكيد على أهمية استعمال الأداة المعلوماتية في درس الاحتمالات، خاصة بإجراء محاكاة (*Simulation*) لبعض التجارب العشوائية البسيطة وذلك لملاحظة تغير التكرارات من تجربة إلى أخرى واستقرارها شيئا فشيئا كلما كبر حجم العينة بهدف استخراج نماذج رياضياتية تمهيدا لدراسة الاحتمالات. هذا وإن أي تقديم نظري لمفاهيم الاحتمالات يعتبر خارج المقرر؛

البرنامج والقدرات المنتظرة والتوجيهات

1 . التحليل

1 . 1 . الاشتقاق و دراسة الدوال

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– مراجعة ما سبقت دراسته في السنة الأولى : استعمال الدالة المشتقة لدراسة دالة عددية في حالة الدوال الحدودية من الدرجة لثانية و الثالثة و الدوال المتخاطة . – مشتقة مركب دالتين ؛ مشتقة الدوال $x \to f\left(ax+b\right)$ و u^k $\left(k\in\mathbb{Z}\right)$ حيث f و u دالتين قابلتين للاشتقاق – تمثيل نماذج من دوال حدودية و جذرية؛ – الدوال الأصلية لدالة قابلة للاشتقاق على مجال : o تعريف و خاصيات ؛ o جدول الدوال الأصلية الاعتيادية .	– التمكن من مشتقات الدوال الاعتيادية؛ – تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها؛ – تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراقما أو من تمثيلها المبياني؛ – الحل المبياني لمعادلات من الشكل $f\left(x\right)=\lambda$ ومتراجحات من الشكل $f\left(x\right)\le\lambda$ حيث f دالة اعتيادية؛ – دراسة و تمثيل دوال حدودية و دوال جذرية؛ – تحديد الدوال الأصلية باستعمال جدول الدوال الأصلية الاعتيادية ؛ – استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد الدوال الأصلية لدالة على مجال.	– يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسبها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي تحديد بعض المطاريف؛ – من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق وحساب النهايات وعناصر تماثل منحنى دالة وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا؛ _ تقبل مشتقة $g\circ f$ ؛ – دراسة إشارة $f'\left(x\right)$ لا ينبغي أن تطرح أية صعوبة للتلاميذ . – التأويل الهندسي للكتابة $f\left(x\right)=ax+b+g\left(x\right)$ حيث $\lim\limits_{x\to\infty}g\left(x\right)=0$.

1 . 2 . دالة اللوغاريتم النبيري

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
– دالة اللوغاريتم هي الدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x}$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم في 1؛ – نقبل في هذا المستوى أن $\lim\limits_{+\infty} \ln x = +\infty$ وأن $\lim\limits_{0^+} \ln x = -\infty$ ؛ كما تقبل صيغة الدالة المشتقة لدالة اللوغاريتم النبيري .	– التمكن من الحساب على اللوغاريتمات؛ – التمكن من حل معادلات ومتراجحات و نظمات بسيطة؛ – استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للوغاريتم عدد حقيقي موجب قطعا أو تحديد قيمة مقربة لعدد لوغاريتمه معلوم؛ – التمكن من دراسة وتمثيل دوال بسيطة تحتوي على اللوغاريتم التبيري؛	– الرمز $\ln$ ؛ – صيغ: $\ln ab$ $\ln \frac{1}{b}$ ؛ $\ln \frac{a}{b}$ ؛ $\ln \sqrt{a}$ ؛ $(n \in Z)$ $\ln a^n$ ؛ – دراسة وتمثيل الدالة $x \to \ln x$ ؛ – الدوال الأصلية للدالة $x \to \frac{u'(x)}{u(x)}$ ؛

2 . 3 . الدالة الأسية النيبيرية

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
– تقبل في هذا المستوى أن $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ و تعتبر نهايتين أساسيتين ؛ – إبراز العلاقة : $\begin{cases} a = \ln b \\ b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow e^a = b$ ؛ و استعمالهما في حل معادلات و متراجحات و نظمات .	– التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نيبيرية لا يكتسي حلها صعوبة؛ – استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة للعدد e^a حيث a عدد حقيقي أو تحديد قيمة مقربة لعدد a بحيث e^a عدد معلوم؛ – التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي على الدالة الأسية النيبيرية ؛	– الدالة الأسية النيبيرية؛ الرمز $\exp$ ؛ العدد e والكتابة e^x ؛ – الصيغ e^{a+b} ؛ e^{a-b} ؛ e^{-a} ؛ $(n \in Z)$ $(e^a)^n$ ؛ – دراسة وتمثيل الدالة $x \to e^x$ ؛ – الدوال الأصلية للدالة $x \to u(x) e^{u(x)}$ ؛

1 . 4 . حساب التكامل

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
– تكامل دالة f قابلة للاشتقاق على مجال $[a;b]$ هو العدد $\int_a^b f(x)\,dx=[F(x)]_a^b=F(b)-F(a)$ العير المرتبط باختيار الدالة الأصلية F؛ – يتم الربط بين تكامل دالة على مجال $[a;b]$ ومساحة حيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ وذلك من خلال أمثلة بسيطة ثم يقبل أن مساحة هذا الحيز هو العدد $\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$ حيث f دالة عددية موجبة وقابلة للاشتقاق على المجال $[a;b]$ و F دالة أصلية لها على مجال I يتضمن a و b ؛ – تقبل جميع الخاصيات وينبغي تأويلها هندسيا باستعمال المساحة؛	– التمكن من حساب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنيين؛ – التمكن من حساب حجوم المجسمات الاعتيادية؛ – حساب تكامل دوال حدودية ودوال جذرية ؛ – تطبيق حساب التكامل في إثبات بعض المتفاوتات البسيطة؛	– تكامل دالة قابلة للاشتقاق على مجال؛ – خاصيات التكامل: علاقة شال، الخطانية، التكامل والترتيب، القيمة المتوسطة؛ – حساب المساحات والحجوم؛

2 . التعداد وحساب الاحتمالات

2 . 1 . التعداد

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
ـــ ينبغي تقديم التعداد بواسطة مبدأي الجداء والجمع وتقنيات الشجرة. ـــ ينبغي الإكثار من الأنشطة المستقاة من الحياة اليومية.	ـــ توظيف شجرة الاختيارات في حالات تعدادية؛ ـــ تطبيق التعداد في حل مسائل متنوعة.	– المبدأ العام للتعداد، ـــ عدد الترتيبات ، عدد التبديلات، عدد التأليفات. ـــ خاصيات الأعداد C_n^p ؛ ـــ تطبيقات: رمي قطعة نقدية؛ السحب بإحلال؛ السحب بدون إحلال.

2 . 2 . حساب الاحتمالات

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
– التجارب العشوائية؛ – استقرار تردد حدث عشوائي؛	– تصور المحاكاة *Simulation* المناسبة حسب التجربة العشوائية المعنية وتطبيقها؛	– ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛ – من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس *rand* من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة لهذه الغاية؛
– احتمال حدث؛ – احتمال حدثين غير منسجمين؛ – الحدث المضاد؛ – اتحاد و تقاطع حدثين؛ – فرضية تساوي الاحتمالات؛	– حساب احتمال اتحاد حدثين؛ – حساب احتمال تقاطع حدثين؛ – حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛ – استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛	– ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلميذ يتدرب تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ – يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد حدث عشوائي؛ – يعتبر الاحتمال الشرطي و استقلالية حدثين و المتغيرات العشوائية خاج المقرر – يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ – تطبيق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛

التوزيع الدوري المقترح لبرنامج الرياضيات
بالسنة الثانية من سلك البكالوريا
شعبة الفنون التطبيقية

الدورة الأولى		الدورة الثانية	
التعداد :	8 ساعات	دالة اللوغاريتم النبيري :	10 ساعات
الاحتمالات :	8 ساعات	الدالة الأسية النبيرية :	10 ساعات
الاشتقاق و دراسة الدوال :	12 ساعات	حساب التكامل :	8 ساعات

ملاحظات:

5. يتم إنجاز فقرات برنامج كل دورة حسب ترتيب يعد على الصعيد الجهوي.
6. يتخلل كل دورة فرضان محروسان مدة إنجاز كل واحد منهما ساعة واحدة.
7. يتخلل كل دورة فرضان منزليان.
8. تتخلل كل دورة حصص خاصة بالدعم والتثبيت.